H. GÖHNER / B. HAFENBRAK

Arbeitsbuch PROLOG

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur ersten und zweiten Auflage ... 3

Grundlagen ... 5

1 Willkommen in PROLOG ... 5
2 Regeln ... 11
3 So arbeitet PROLOG ... 14
4 Rekursion ... 20
5 Listen ... 26
6 Arithmetik ... 30
7 NOT und CUT ... 36
Verneinung ... 36
Der Cut ... 37

Vertiefungen ... 40

A Rätsel ... 40
B Datenbasis-Programmierung ... 44
Eine Schülerliste ... 44
Eine Bibliotheksdatei ... 46
C Logische Grundlagen der Arithmetik ... 51
D Primzahlen ... 55
Prüfung auf Primzahleigenschaft ... 55
Effiziente Prüfprädikate auf Primzahleigenschaft ... 57
Primzahlen zwischen zwei Grenzen ... 57
Das Sieb des Eratosthenes ... 58
E Sortierverfahren ... 60
Permutationssortieren ... 60
Listen von Zufallszahlen ... 61
Sortieren durch Einfügen ... 61
Sortieren durch Auswahl ... 62
Sortieren durch Austausch (Bubblesort) ... 63
Quicksort ... 64
F Bäume ... 65
G Manipulation symbolischer Ausdrücke ... 68
Symbolisches Differenzieren ... 68
Ein Wortspiel ... 71
Vereinfachen algebraischer Terme ... 74
H Parser und Interpreter ... 77
I Sprachverarbeitung ... 86
J Suchen ... 90
K Suchstrategien ... 97

Anhang ... 104

Definition von Operatoren in PROLOG ... 104
Hinweise zum Arbeiten mit PROLOG ... 107
Hinweise zu A.D.A.-PD-PROLOG ... 109
Hinweise zu Fix-PROLOG ... 110
Hinweise zu Toy-PROLOG ... 110
Fehlersuche ... 110
Lösungen ausgewählter Aufgaben ... 114
Dienstprogramme ... 121
Literaturverzeichnis ... 122

Vorwort zur ersten und zweiten Auflage

Dieses Buch soll in die Programmiersprache PROLOG und in die mit ihr verbundene 'Logikprogrammierung' einführen. Die Idee, 'Logik als eine Programmiersprache' zu verwenden, führt zu einer völlig neuen Auffassung vom Programmieren: Das Programm ist nicht eine Folge von Handlungsanweisungen, sondern eine Sammlung von Fakten und Regeln. Das zu lösende Problem wird als eine Anfrage an diese Sammlung formuliert. Im Idealfall führt die logisch korrekte Formulierung der Regeln und der Anfrage zur Lösung des Problems.

Dieser Ansatz ist faszinierend, und das allein schon wäre Grund genug, PROLOG als zweite Programmiersprache für die Schule in Betracht zu ziehen. Hinzu kommen aber noch andere Vorteile:

- Die Beschäftigung mit einer Sprache, die sich völlig von den befehlsorientierten Sprachen wie PASCAL unterscheidet, weitet den Horizont; altbekannte Algorithmen erscheinen in einem neuen Licht und neuartige Probleme können behandelt werden.
- Die wesentlichen Grundelemente von PROLOG bilden eine kleine, überschaubare Menge. (Sie zu beherrschen ist allerdings nicht ganz einfach.)
- Der aktive Umgang mit logischen, deklarativen Programmen fördert (so hoffen wir) das logische Denken.

Den letzten Punkt halten wir für entscheidend; daher haben wir uns in diesem Buch sehr stark auf den logischen Kern der Sprache – auf 'pures' PROLOG – beschränkt (und nehmen eine etwas spartanische 'Oberfläche' in Kauf). Es geht uns nicht um die möglichst umfassende Vermittlung der Programmiersprache, sondern um das Bekanntmachen eines neuen, mächtigen und schönen Programmierkonzeptes. Zum Vertrautwerden mit diesem neuen Konzept bedarf es vieler sinnvoller Beispiele und Aufgaben; wir hoffen, hier genügend bereitgestellt zu haben.

Das Buch besteht im wesentlichen aus zwei Teilen. Der erste Teil gibt eine Einführung in die Arbeitsweise von PROLOG, das grundlegende Verfahren der Rekursion und den Datentyp der Liste. Der zweite Teil besteht aus elf Vertiefungen; diese sind weitgehend unabhängig voneinander und nach steigender Komplexität geordnet. Für einen Kurs schlagen wir vor, zuerst den ersten Teil (evtl. ohne Kapitel 7) und dann mindestens eine Vertiefung durchzuarbeiten. Ein 'Schnupperkurs' von wenigen Stunden (vielleicht schon in Sekundarstufe I) könnte aus Kapitel 1 und 2, dem Anfang von Kapitel 3 und der Vertiefung B, der Datenbasisprogrammierung, bestehen. Bei Bedarf könnte dies noch mit einigen Rätseln aus Vertiefung A gewürzt werden.

Wir verwenden PROLOG nach dem sogenannten Edinburgh-Standard, der durch das Buch von CLOCKSIN und MELLISH definiert wurde und sich inzwischen weitgehend durchgesetzt hat. In Versionen, die sich nach diesem Standard richten, laufen die Programme des Buches problemlos. Für einige gängige Versionen sind gezielte Hinweise im Anhang gegeben. Dort findet man auch Hinweise auf die Bezugsquellen.

Wir bedanken uns bei dem Herausgeber, Herrn StD Dietrich Pohlmann, für zahlreiche Anregungen und Verbesserungsvorschläge und beim Verlag Ferd. Dümmler für die freundliche Betreuung. Wir danken weiterhin Ingrid Hafenbrak für die Illustrationen, Frau Sylvia Platz und Herrn Martin Kammerer für die Hilfe bei der Gestaltung des Manuskriptes und Herrn Dr. Klaus Scheler für das sorgfältige Korrekturlesen. Schließlich gilt unser Dank den Mannheimer Schülern und Lehrern vom Elisabeth Gymnasium und vom Gymnasium Feudenheim, die uns ermöglichten, unsere Ideen in der Schulpraxis zu erproben.

Es freut uns, dass nach recht kurzer Zeit eine Neuauflage erforderlich wurde. Dabei wurden nur einige Druckfehler und Unstimmigkeiten berichtigt; die beiden Auflagen sind also uneingeschränkt nebeneinander im Unterricht einsetzbar.

Heidelberg und Weingarten — Hartmut Göhner,Bernd Hafenbrak

Wir bedanken uns bei den beiden Autoren, die dem Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern (L.I.S.A.) die Texte und Programme zur Verfügung stellten, damit wir das – leider vergriffene – Arbeitsbuch PROLOG in den Landesbildungsserver einstellen konnten.

Schwerin Gabriele Lehmann

Grundlagen

1 Willkommen in PROLOG

Da das Buch nicht im Vierfarbendruck erscheinen konnte, wollen wir den Willkommensstrauß kurz beschreiben (vielleicht kolorieren Sie noch selbst):

Die Rose ist rot.

Die Tulpe ist gelb.

Die Nelke ist weiß.

Das Vergißmeinnicht ist blau.

Das Veilchen ist blau.

Diese **Fakten** (Tatsachen) werden in PROLOG so festgehalten:

```
rot(rose).
gelb(tulpe).
weiss(nelke).
blau(vergissmeinnicht).
blau(veilchen).
```

Die **Prädikate** (Eigenschaften) *rot*, *gelb*, *weiss* und *blau* treffen auf gewisse **Konstanten** wie z. B. *rose* zu, dies schreiben wir in der obigen Form. Sowohl Prädikate als auch Konstanten werden mit kleinem Anfangsbuchstaben geschrieben, deutsche Sonderzeichen vermeiden wir. Jedes Faktum wird mit einem Punkt und dem Drücken der RETURN-Taste abgeschlossen.

1) Geben Sie die obigen Fakten mit Hilfe des Editors in eine Datei *strauss.pro* ein (siehe Anhang S. 111). Laden Sie dann PROLOG. Als Promptzeichen (Bereit-Zeichen) erscheint

   ```
   ?-
   ```

   Holen Sie jetzt die Datenbasis, indem Sie hinter dem Promptzeichen eingeben

   ```
   ?- consult(strauss).
   ```

(Die Zeichen '?-' sollen Sie nicht tippen, sie sind die Aufforderung des Systems, eine Eingabe zu tätigen.) Die Eingabe schließen Sie mit Punkt und RETURN ab. PROLOG versucht, die Datei *strauss.pro* zu laden, also in den Arbeitsspeicher zu übernehmen. Gelingt dies, so antwortet PROLOG mit *yes* und zeigt wieder das Promptzeichen.

Falls die Antwort *no* erscheint, konnte das System die Datei nicht laden, sei es, weil in der Datei noch ein Fehler ist, sei es, weil die Datei im falschen Verzeichnis gesucht wurde. Überzeugen Sie sich zunächst, dass Ihre Datei mit der obigen übereinstimmt und lesen Sie im Anhang oder in Ihrem PROLOG-Handbuch nach, wie eine Datei zu laden ist, die in einem anderen Verzeichnis liegt.

Auf jeden Fall sollten Sie sich im Anhang dieses Buches und in Ihrem Handbuch über den Umgang mit Ihrer PROLOG-Version kundig machen.

Ist die Datenbasis geladen, so kann man Anfragen stellen. Geben Sie ein:

```
?- rot(rose).
```

Dies wird als Frage aufgefasst. Umgangsprachlich formuliert heißt das: "Ist die Rose rot?". Als Antwort erscheint *yes*.

Auf die Frage

```
?- gelb(veilchen).
```

erhalten wir *no*.

Geben Sie einige derartige Fragen ein. Versuchen Sie es auch mal mit "sinnlosen" Fragen wie

```
?- gelb(primel).
?- lila(veilchen).
```

Sie sehen: Kommt die Frage buchstabengetreu als Faktum in der Datenbasis vor, so antwortet PROLOG mit *yes*, andernfalls mit *no*.

Wir können mit Hilfe von **Variablen** auch etwas anspruchsvoller fragen:

```
?- rot(X).
```

heißt übersetzt: Was ist rot?

Wir erhalten die Antwort

```
X=rose
```

Variablen werden mit einem großen Anfangsbuchstaben geschrieben. Dieselbe Frage können wir auch mit einer anderen Variablen stellen, etwa:

```
?- rot(Blume).
```

Jetzt lautet die Antwort

```
Blume=rose
```

Bei manchen PROLOG-Versionen müssen Sie die Antwort mit einem Punkt bestätigen oder mit einem Strichpunkt weitere Antworten anfordern.

2) Sie wollen wissen, welche Blume unseres Straußes gelb ist. Stellen Sie die entsprechende Anfrage.

   Fragen Sie nach violetten Blumen.

   Fragen Sie nach blauen Blumen.

Wie Sie sehen, wird mit *no* geantwortet, wenn keine Lösung der Anfrage möglich ist. Gibt es mehrere Lösungen, so wird Ihnen zunächst eine angeboten und Sie können weitere anfordern. Gibt es schließlich keine weitere Lösung mehr, so erscheint *no*.

Dies ist die Urlaubsplanung für die nächsten Ferien:

```
faehrt_nach(axel,england).
faehrt_nach(beate,griechenland).
faehrt_nach(beate,tuerkei).
faehrt_nach(clemens,frankreich).
faehrt_nach(dagmar,italien).
faehrt_nach(elmar,frankreich).
faehrt_nach(frederike,frankreich).
```

Umgangssprachlich heißt das

Axel fährt nach England,

Beate fährt nach Griechenland und in die Türkei,

Clemens, Elmar und Frederike fahren nach Frankreich,

Dagmar fährt nach Italien.

In dieser **Datenbasis** gibt es nur ein Prädikat, das zweistellige Prädikat *faehrt_nach*. Geben Sie die obigen Zeilen in eine Datei *urlaub.pro* ein und laden Sie diese Datei in PROLOG. Die Frage "Wer fährt nach England?" heißt in PROLOG:

```
?- faehrt_nach(X,england).
```

3) Übersetzen Sie die folgenden Fragen und überprüfen Sie die Antworten:

Fährt Axel nach Griechenland?

Wohin fährt Beate?

Wohin fährt Xaver?

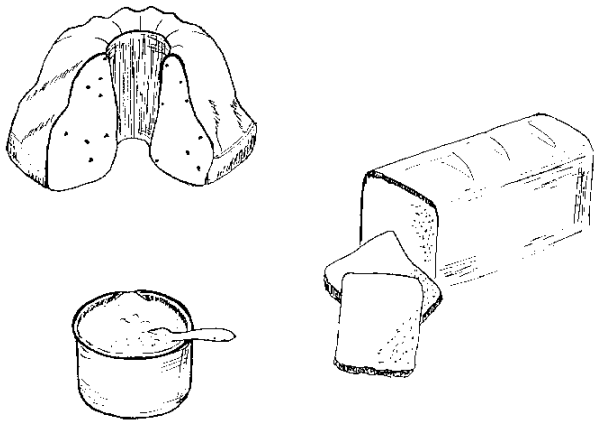
Wer fährt nach Frankreich?

Wer fährt wohin?

Die Vorlieben und Abneigungen am Frühstückstisch seien in einer PROLOG-Datenbasis mit dem Namen *fruehst.pro* festgehalten:

```
mag(papa,muesli).
mag(papa,brot).
mag(mami,kuchen).
mag(mami,brot).
mag(oma,brot).
mag(baby,muesli).
mag(baby,kuchen).

hasst(papa,kuchen).
hasst(mami,muesli).
hasst(oma,muesli).
hasst(oma,kuchen).
hasst(baby,brot).
```



Bis jetzt können wir vier Arten von Fragen stellen. **Beispiele**:

Mag Papa Kuchen?

Wer haßt Müsli?

Was mag Oma?

Wer mag was?

Für die Frühstücksplanung sind aber auch zusammengesetzte Fragen wichtig, wie

Wer haßt Kuchen und mag Müsli?

Wer mag Kuchen und Brot?

Wer mag Brot oder Kuchen?

Das Zeichen in PROLOG für *und* ist ein Komma, für *oder* schreibt man einen Strichpunkt. Die obigen Anfragen lauten also:

```
?- hasst(X,kuchen), mag(X,muesli).
?- mag(X,brot), mag(X,kuchen).
?- mag(X,brot); mag(X,kuchen).
```

4) Testen Sie diese Anfragen. Übersetzen Sie die folgenden Fragen nach PROLOG:

   Wer mag Kuchen und Müsli?

   Was mögen sowohl Papa als auch Mami?

   Wer mag Kuchen und haßt Müsli?

5) Stellen Sie die Gegebenheiten des Willkommensstraußes von Aufgabe 1 mit Hilfe eines zweistelligen Prädikates *farbe* dar. Welchen Vorteil hat diese Darstellung?

6) Übersetzen Sie die folgenden Sätze in eine PROLOG-Datenbasis.

Peter liebt Susi.

Hans liebt Susi und Sabine.

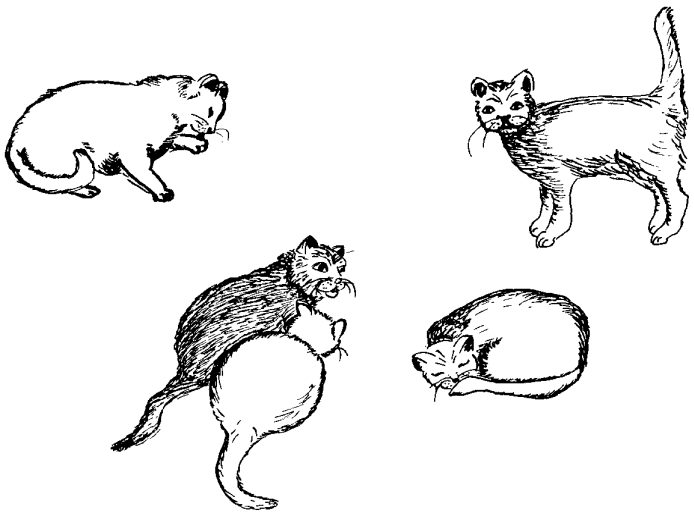
Sabine liebt Peter und haßt Hans.

Susi liebt Peter und Felix.

Susi haßt Sabine.

Peter haßt Felix.

Felix liebt sich selbst.



Stellen Sie die Anfragen:

Wen liebt Sabine?

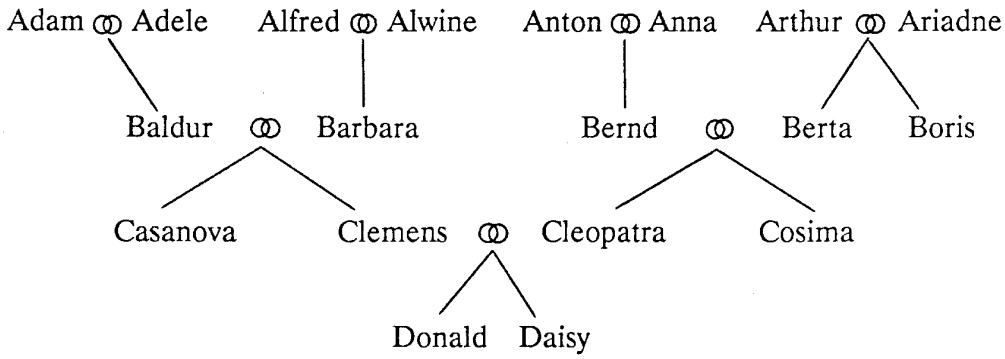
Wer liebt Sabine?

Wer liebt wen?

Wer liebt jemanden,
der ihn auch liebt?

Wessen Liebe wird mit Haß vergolten?

Der folgende Stammbaum von Donald und Daisy läßt eine gewisse Systematik bei der Namensgebung erkennen, die den Überblick erleichtert:



Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Informationen dieses Stammbaumes in einer Datenbasis festzuhalten. Wir wählen dazu die Prädikate *maennl*, *weibl*, *verheiratet* und *elter*. Die Datenbasis wird schon recht groß und ist deshalb hier im Buch zweispaltig gedruckt. In Ihrer Datei erscheint sie einspaltig, da jedes Faktum mit Punkt und RETURN abgeschlossen wird.

```
maennl(adam).
maennl(alfred).
maennl(anton).
maennl(arthur).
maennl(baldur).
maennl(bernd).
maennl(boris).
maennl(casanova).
maennl(clemens).
maennl(donald).

weibl(adele).
weibl(alwine).
weibl(anna).
weibl(ariadne).
weibl(barbara).
weibl(berta).
weibl(cleopatra).
weibl(cosima).
weibl(daisy).

verheiratet(adam,adele).
verheiratet(adele,adam).
verheiratet(alfred,alwine).
verheiratet(alwine,alfred).
verheiratet(anton,anna).
verheiratet(anna,anton).
verheiratet(arthur,ariadne).
verheiratet(ariadne,arthur).
verheiratet(baldur,barbara).
verheiratet(barbara,baldur).
verheiratet(bernd,berta).
verheiratet(berta,bernd).
verheiratet(clemens,cleopatra).
verheiratet(cleopatra,clemens).

elter(baldur,adam).
elter(baldur,adele).
elter(barbara,alfred).
elter(barbara,alwine).
elter(bernd,anton).
elter(bernd,anna).
elter(berta,arthur).
elter(berta,ariadne).
elter(boris,arthur).
elter(boris,ariadne).
elter(casanova,baldur).
elter(casanova,barbara).
elter(clemens,baldur).
elter(clemens,barbara).
elter(cleopatra,bernd).
elter(cleopatra,berta).
elter(cosima,bernd).
elter(cosima,berta).
elter(donald,clemens).
elter(donald,cleopatra).
elter(daisy,clemens).
elter(daisy,cleopatra).
```

Beachten Sie, wie sich die Symmetrie des Prädikats *verheiratet* in der Datenbasis ausdrückt.

Das Prädikat *elter* bedarf einer Erläuterung. Wir fügen in die Datei noch einen Kommentar ein:

```
/* elter(X,Y) heißt:  Y ist Elternteil von X */
```

Alles was zwischen den Kommentarzeichen '/*' und '*/' steht, wird von PROLOG ignoriert (es kann sein, dass Ihre PROLOG-Version andere Kommentarzeichen verwendet). Für den Benutzer ist im obigen Fall ein solcher Kommentar notwendig, da die Reihenfolge von X und Y von uns willkürlich (in Anlehnung an Gepflogenheiten der Mathematiker) festgelegt wurde.

7) Geben Sie die obige Datenbasis unter dem Namen *stammb.pro* ein, falls sie sich nicht schon auf Ihrer Diskette befindet. Laden Sie diese Datei nach PROLOG und stellen Sie Fragen:

   Wer sind die Eltern von Daisy?

   Mit wem ist Baldur verheiratet?

   Wie heißen die Kinder von Adam?

Wenn wir die Mutter von Cosima suchen, müssen wir eine zusammengesetzte Frage stellen: "Welchen weiblichen Elternteil hat Cosima?". In PROLOG lautet das:

```
?- elter(cosima,X), weibl(X).
```

oder

```
?- weibl(X), elter(cosima,X).
```

Beide Fragen sind logisch gleichwertig und erzielen dieselbe Antwort. Auf Unterschiede bei der Abarbeitung der beiden Anfragen wollen wir erst in Kapitel 3 eingehen.

8) Fragen Sie auf jeweils zwei verschiedene Arten nach dem Vater von Daisy, nach den Söhnen von Barbara und nach den Töchtern von Anton.

Wir suchen die Großeltern von Donald. Dies erreichen wir durch die Anfrage

```
?- elter(donald,E), elter(E,G).
```

In Worten: Gesucht sind E und G, so dass E Elternteil von Donald und G Elternteil von E ist.

9) Suchen Sie die Großmütter von Clemens, die Urgroßeltern von Daisy, die Schwiegermutter von Bernd.

Eine besondere Schwierigkeit tritt auf, wenn wir den Bruder von Clemens suchen. Der Bruder ist das Kind der beiden Eltern von Clemens, das ergibt die Anfrage

```
?- elter(clemens,V),maennl(V),elter(clemens,M),weibl(M),
   elter(X,V), elter(X,M), maennl(X).
```

(Die Frage läßt sich nicht mehr in einer Zeile unterbringen. Sie gelangen mit der RETURN-Taste in die nächste Zeile. Erst durch Punkt und RETURN wird die Anfrage abgeschlossen.)

Diese Anfrage ist noch fehlerhaft. Außer der richtigen Lösung Casanova erscheint auch Clemens selbst als Antwort. Wir benötigen hier ein Prädikat für die Ungleichheit, dies wird in PROLOG geschrieben als '\='. Unsere Frage nach dem Bruder von Clemens lautet damit

```
?- elter(clemens,V),maennl(V),elter(clemens,M),weibl(M),
   elter(X,V), elter(X,M), maennl(X), X\=clemens.
```

10) Lassen Sie nach den Schwestern von Cosima suchen.

2 Regeln

Im vorigen Beispiel waren einige Grundbegriffe wie Elternteil, männlich, weiblich durch die Datenbasis erklärt, andere Begriffe wie Vater, Schwiegermutter oder Bruder mussten wir bei Anfragen in diese Grundbegriffe übersetzen. Dieses umständliche Verfahren können wir vereinfachen, indem wir zu den Fakten unserer Datenbasis noch **Regeln** hinzufügen. Im Beispiel wären das die Regeln

```
mutter(X,Y):- elter(X,Y), weibl(Y).
vater(X,Y):- elter(X,Y), maennl(Y).
kind(X,Y):- elter(Y,X).
schwiegermutter(X,Y):-
              verheiratet(X,Z), mutter(Z,Y).
bruder(X,Y):- vater(X,V), mutter(X,M),
              vater(Y,V), mutter(Y,M), maennl(Y), Y\=X.
```

Dabei wird das Zeichen ':-' gelesen als 'falls' oder 'wenn'. Umgangssprachlich lesen wir die Regel für *mutter* als:

> Y ist Mutter von X, wenn Y Elternteil von X ist und Y weiblich ist.

Die Regel für *schwiegermutter* heißt:

> Y ist Schwiegermutter von X, falls eine Person Z mit X verheiratet ist und Y Mutter von Z ist.

Manche Prädikate werden durch mehrere Regeln beschrieben:

```
schwager(X,Y):- verheiratet(X,Z), bruder(Z,Y).
schwager(X,Y):- schwester(X,Z), verheiratet(Z,Y).
```

In Worten: Y ist Schwager von X, falls X mit einer Person Z verheiratet ist und Y Bruder von Z ist oder falls X eine Schwester Z hat, die mit Y verheiratet ist.

Der Regelteil vor dem Zeichen ':-' heißt **Kopf der Regel**, der Rest heißt **Rumpf der Regel**.

Sowohl Fakten als auch Regeln bezeichnen wir als **Klauseln**. Die Gesamtheit aller Klauseln bildet ein PROLOG-**Programm**. Dieses wird mit Hilfe des Editors als Datei angelegt. Mit *consult* wird das Programm geladen.

1) Lesen Sie die Regel für das Prädikat *bruder* umgangssprachlich. Ergänzen Sie (mit Hilfe des Editors) die Datei *stammb.pro* um Regeln für die Verwandtschaftsbeziehungen Vater, Mutter, Kind, Sohn, Tochter, Bruder, Schwester, Großeltern. Schreiben Sie vor jedes Prädikat einen Kommentar zur Erläuterung, z. B.

   ```
   /* vater(X,Y) heißt: Y ist Vater von X */
   ```

   Laden Sie dann das Programm und fragen Sie mit Hilfe der neuen Prädikate nach den Großeltern von Donald, dem Bruder von Clemens usw. Überprüfen Sie, ob PROLOG die Antworten gibt, die Sie aufgrund des Stammbaums erwarten.

Bis jetzt haben wir Regeln verwendet, um neue Prädikate mit Hilfe der schon bekannten zu definieren. Man kann Regeln auch dazu benutzen, den Geltungsbereich von schon bekannten Prädikaten zu erweitern; z. B. haben wir in der Datei *fruehst.pro* die Prädikate *mag* und *hasst* vorliegen, die Vorlieben und Abneigungen beim Frühstück beschreiben. Nun sei bekannt, dass der Opa dieser Familie alles mag, was Oma haßt. Diese Regel lautet dann in PROLOG:

```
mag(opa,X):- hasst(oma,X).
```

2) Nehmen Sie diese Regel in das PROLOG-Programm auf. Welche Antworten erwarten Sie bei den Fragen

```
?- mag(opa,X).
?- mag(X,kuchen).
?- mag(opa,muesli).
?- hasst(opa,X).
```

3) Zur Gruppe aus der Datei *urlaub.pro* stößt Romeo. Er fährt überall hin, wo Beate hinfährt. Wie lautet diese Regel in PROLOG? Ergänzen Sie die Datei *urlaub.pro*.

Der Nibelungen Not:

Siegfried liebt Krimhild und mag Gunther.

Krimhild liebt Siegfried und haßt Brunhild.

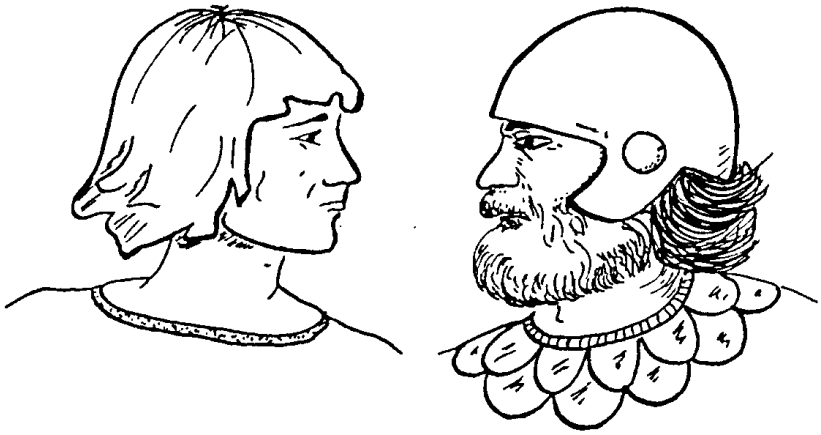
Gunther liebt Brunhild und mag Krimhild und Hagen.

Brunhild haßt Siegfried, Gunther und Krimhild.

Hagen haßt Siegfried und alle, die Siegfried lieben.

Brunhild mag alle, die Siegfried hassen.

Alberich haßt alle, mit Ausnahme von sich selbst.



4) Schreiben Sie die obigen Aussagen als PROLOG-Programm in eine Datei *nibel.pro*. Stellen Sie Fragen:

   Wer haßt Siegfried?

   Wen mag Brunhild?

   Wer haßt wen?

   Wer liebt wen?

   Definieren Sie ein Prädikat *ideales_paar*, das auf *(X,Y)* zutrifft, falls *X* von *Y* und *Y* von *X* geliebt wird.

Regeln kennen wir auch aus der Grammatik. An einem sehr einfachen Beispiel wollen wir einen Zusammenhang mit PROLOG aufzeigen.

Der Hund bellt.

Der Hase flieht.

Der Fuchs flieht.

Der Jäger schießt.

Diese Sätze sind alle nach demselben Schema gebildet, das wir als PROLOG-Regel schreiben können:

```
artikel(der).
nomen(hund).
nomen(hase).
nomen(fuchs).
nomen(jaeger).
verb(bellt).
verb(flieht).
verb(schiesst).
satz(X,Y,Z):- artikel(X), nomen(Y), verb(Z).
```

Damit haben wir eine kleine Sprache definiert, die über einen sehr begrenzten Wortschatz und über eine einzige grammatikalische Regel verfügt und natürlich nur einen ganz engen Bereich unserer Umgangssprache abdeckt.

5) Verwenden Sie das Prädikat *satz*, um zu **überprüfen**, ob drei Worte einen Satz unserer Sprache bilden. **Beispiele**:

```
?- satz(der,jaeger,bellt).
?- satz(flieht,der,hund).
```

Verwenden Sie das Prädikat *satz* auch, um alle möglichen Sätze dieser Sprache zu **erzeugen**:

```
?- satz(A,B,C).
```

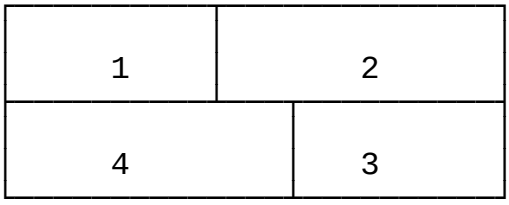
Wieviele verschiedene Sätze erwarten Sie?

6) In einer Gaststätte gibt es

Vorspeisen: Tomatensuppe, Lauchsuppe, Fleischbrühe mit Backerbsen.
Hauptgerichte: Sauerbraten mit Spätzle, Leberkäse mit Kartoffeln, Hackbraten mit Reis.
Nachspeisen: Eis, Obstsalat, Bienenstich.

Ein Menü besteht aus Vorspeise, Hauptgericht und Nachspeise.
Schreiben Sie ein Programm, das ein dreistelliges Prädikat *menue* enthält. Dieses Prädikat soll Menüvorschläge **überprüfen** und **erzeugen** können.

Das nebenstehende Rechteck besteht aus 4 Gebieten, die mit den drei Farben rot, gelb und blau so eingefärbt werden sollen, dass keine gleichfarbigen Gebiete längs einer Linie aneinandergrenzen. Wir lassen ein Programm nach den Lösungen suchen. Die Farbe des Gebietes 1 bezeichnen wir mit der Variablen *F1*, usw.




```
farbe(rot).
farbe(gelb).
farbe(blau).
einfaerbung(F1,F2,F3,F4):-
   farbe(F1), farbe(F2), farbe(F3), farbe(F4),
   F1\=F2, F1\=F4, F2\=F3, F2\=F4, F3\=F4.
```

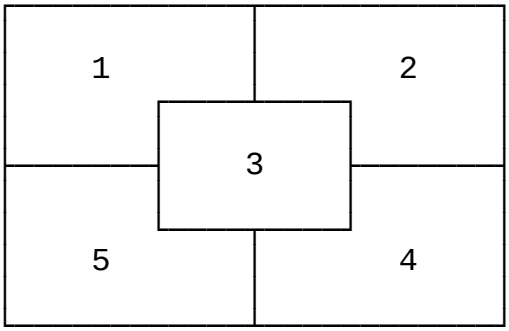
Dabei bedeutet *einfaerbung(F1,F2,F3,F4)*, dass die Farben *F1*, *F2*, *F3*, *F4* eine erlaubte Einfärbung des Rechtecks liefern.

Wir bekommen die Lösungen durch die Anfrage

```
?- einfaerbung(F1,F2,F3,F4).
```

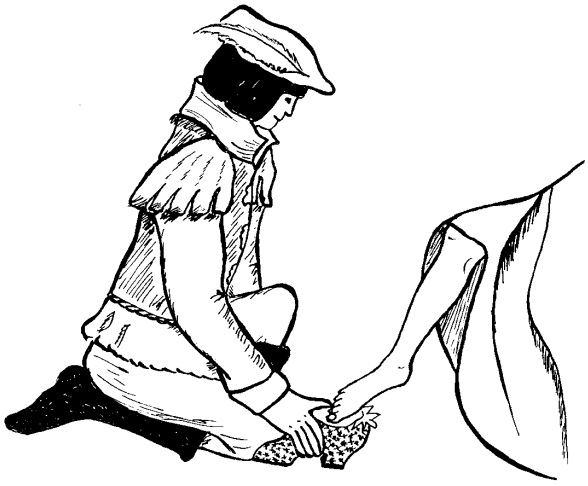
7) Geben Sie das Programm für das Einfärbungsproblem ein und fragen Sie nach den Lösungen. Wieviele Lösungen erwarten Sie?

8) Das nebenstehende Rechteck besteht aus 5 Gebieten. Lassen sich diese mit drei Farben so einfärben, dass keine gleichfarbigen Gebiete aneinandergrenzen?



3 So arbeitet PROLOG

Der junge Prinz sucht die schöne Tänzerin der vergangenen Nacht. Auf der Flucht hat sie ihren goldenen Schuh verloren.
Mit diesem besucht er nun die Töchter des Landes, um nachzuschauen, bei welcher der Fuß in den Schuh passt.



Die Suche wäre weniger mühsam, wenn die Daten der Untertanen schon auf dem Computer verfügbar wären.

Es sei etwa auf dem königlichen Hofcomputer eine PROLOG-Datenbasis abgelegt:

```
schuhgroesse(adelheid,34).
schuhgroesse(agnes,28).
schuhgroesse(aschenputtel,26).
schuhgroesse(brunhilde,44).
schuhgroesse(kunigunde,28).
schuhgroesse(walburga,38).
```

Es werde die Anfrage gestellt

```
?- schuhgroesse(aschenputtel,26).
```

PROLOG vergleicht diese Anfrage der Reihe nach mit den Fakten der Datenbasis. Beim dritten Faktum erreicht es eine Deckung, die Anfrage und dieses Faktum **matchen** (sprich: mätschen, vom englischen **to match**, zusammenpassen).

PROLOG arbeitet hier also genau wie unser Prinz. Die Anfrage (der Schuh) wird mit einem Faktum (einem Fuß) verglichen. Passen beide nicht zusammen, so geht PROLOG zum nächsten Faktum; passen sie, wird das dem Benutzer mit *yes* mitgeteilt. Wurde die ganze Datenbasis durchlaufen, ohne dass ein zur Frage passendes Faktum gefunden wurde, so gibt PROLOG die Meldung *no* aus.

Es ist einleuchtend, dass diese schematische Suche von einer Maschine verrichtet werden kann; und Sie haben schon oft beobachtet, dass PROLOG diese Fertigkeit fehlerfrei be-

herrscht. Als Modell können wir uns vorstellen, dass die Maschine eine Schablone mit der Anfrage

```
schuhgroesse(aschenputtel,26).
```

über die Datenbasis zieht, bis eine Deckung erreicht ist.

Nehmen wir an, der Prinz mit dem Schuh in der Hand stelle die Anfrage

```
?- schuhgroesse(X,26).
```

Wieder macht sich PROLOG ans Suchen, ob zu dieser Anfrage ein Faktum passt. Hierbei befolgt es den Grundsatz:

Eine Variable kann mit jeder Konstanten matchen.

Die Anfrage matcht mit dem dritten Faktum der Datenbasis, dabei matcht *X* mit *aschenputtel*. Das Ergebnis der erfolgreichen Suche wird ausgegeben als

```
X=aschenputtel
```

das heißt, die Anfrage ist erfüllbar, wenn die Variable *X* an die Konstante *aschenputtel* gebunden wird.

Verlangen wir vom System weitere Antworten auf die Frage, so löst PROLOG die Variable *X* von der Konstanten *aschenputtel* und setzt die Suche fort. Da es in der Datenbasis keine weitere Möglichkeit des Matchens findet, gibt es die Antwort *no* aus.

Betrachten wir die Abarbeitung einer Frage, die mehrere Antworten zuläßt:

```
?- schuhgroesse(X,28).
```

PROLOG vergleicht Faktum für Faktum mit der Frage und kann beim zweiten Faktum matchen, indem es *X* mit *agnes* belegt. Die Antwort lautet also

```
X=agnes.
```

Fordern wir PROLOG auf, weiter zu suchen, so wird *X* wieder von *agnes* gelöst und die Frage mit dem dritten, vierten und fünften Faktum verglichen. Erst beim fünften ist wieder das Matchen möglich, also

```
X=kunigunde.
```

Lassen wir nochmals weitersuchen, so wird *X* wieder von *kunigunde* gelöst und die Frage mit dem sechsten Faktum verglichen. Dort ist Matchen nicht möglich, und damit ist die Datenbasis erschöpft, also erhalten wir die Antwort *no*.

Damit verlassen wir das schlichte Aschenputtel und wenden uns einem reichhaltigeren Beispiel zu, dem Stammbaum von Donald und Daisy aus Kapitel 1 (Datei *stammb.pro*). Dort hatten Sie in Aufgabe 8 nach dem Vater von Daisy gesucht

```
?- elter(daisy,X), maennl(X).
```

Das Ziel von PROLOG ist es, die zwei Forderungen an *X* zu erfüllen. Dies macht es, indem es nacheinander zwei **Teilziele** anstrebt. Zunächst versucht es, das erste Teilziel *elter(daisy,X)* zu erreichen und findet auch nach etlichen Vergleichen eine Möglichkeit zu matchen mit *X=clemens*. Die Variable *X* ist damit **instantiiert** (belegt) mit *clemens*. Das zweite Teilziel lautet damit *maennl(clemens)*, diese Forderung kann beim Durchsuchen der Datenbasis bestätigt werden. Erst wenn beide Teilziele erreicht sind, wird die Antwort ausgegeben:

```
X=clemens.
```

Wir fragen nochmals nach dem Vater von Daisy, diesmal mit der Anfrage

```
?- maennl(X), elter(daisy,X).
```

PROLOG versucht das erste Teilziel *maennl(X)* zu erreichen, und dies gelingt auch sofort mit *X=adam*. Mit dieser Instantiierung von *X* wird das zweite Teilziel angegangen, also *elter(daisy,adam)*. Sie haben wahrscheinlich genug Überblick über den Stammbaum, um zu sehen, dass dies nicht stimmt; PROLOG muss Faktum für Faktum mit der Frage vergleichen und

geht die ganze Datenbasis durch, bis es zum gleichen Ergebnis kommt. Die Instantiierung von *X* mit *adam* führt also nicht zum Ziel und wird deshalb rückgängig gemacht. PROLOG gibt die Variable *X* wieder frei und versucht *maennl(X)* mit einem anderen Faktum zu matchen. Schon beim nächsten Faktum ist dies möglich und ergibt *X=alfred*. Aber auch damit scheitert es am zweiten Teilziel, und so probiert PROLOG nacheinander *adam*, *alfred*, *anton* usw. aus, bis es schließlich mit *X=clemens* beide Teilforderungen erfüllen kann.

Die beiden Anfragen

```
?- elter(daisy,X), maennl(X).
?- maennl(X), elter(daisy,X).
```

sind vom **deklarativen** (beschreibenden) Standpunkt aus gleichwertig; sie sind aber verschieden, wenn man sie unter **prozeduralen** Gesichtspunkten betrachtet, das heißt, ihre Abarbeitung verfolgt. Fragen an das System können vom prozeduralen Standpunkt aus als Anweisungen gesehen werden. Die erste der beiden Anfragen können wir deklarativ übersetzen mit "Wer ist Elternteil von Daisy und männlich?" oder prozedural mit "Suche ein Elternteil X von Daisy, suche solange, bis du ein männliches X mit dieser Eigenschaft findest".

Mit einer Anfrage geben wir PROLOG ein Ziel für eine Suche. Dieses Ziel besteht meist aus mehreren Teilzielen, die PROLOG nacheinander anstrebt. Ein Teilziel ist erreicht, wenn PROLOG geeignete Variablenbelegungen gefunden hat, welche die Forderung des Teilziels erfüllen. Man sagt dann kurz (und sprachlich unsauber): "Das Teilziel ist erfüllt".

1) Es werde die Frage nach der Mutter von Daisy gestellt:

   ```
   ?- elter(daisy,X), weibl(X).
   ```

   Beschreiben Sie das Vorgehen von PROLOG, insbesondere, mit welchen Konstanten *X* instantiiert wird. Begründen Sie, warum die Anfrage

   ```
   ?- weibl(X), elter(daisy,X).
   ```

   vom prozeduralen Standpunkt aus ungünstiger ist.

Es gibt eine Möglichkeit, PROLOG bei seiner Arbeit Protokoll führen zu lassen, und zwar mit Hilfe des Prädikats *write*. Dieses Prädikat ist vom deklarativen Standpunkt nicht beschreibbar; man kann höchstens die Eigenschaft festhalten, dass es immer wahr ist. Es hat aber den 'Seiteneffekt', dass *write(X)* die jeweilige Belegung der Variablen *X* auf den Bildschirm bringt. Durch Einfügen dieses Prädikats können wir also Zwischenergebnisse sichtbar machen.

2) Überprüfen Sie Ihre Überlegungen von Aufgabe 1 durch Einfügen von *write(X)* in die obigen Abfragen:

   ```
   ?- elter(daisy,X), write(X), nl, weibl(X).
   ?- weibl(X), write(X), nl, elter(daisy,X).
   ```

   (Das Prädikat *nl* bedeutet 'new line' und bewirkt einen Zeilenvorschub.)

In Kapitel 2 haben wir mit Regeln gearbeitet. Auch sie wollen wir noch kurz prozedural betrachten. Zur Datenbasis des Stammbaums wurde z. B. die Regel hinzugefügt

```
vater(X,Y):- elter(X,Y), maennl(Y).
```

Die deklarative Lesart dieser Regel kennen wir schon: "Y ist Vater von X, falls Y Elternteil von X und männlich ist."

Prozedural gesehen ist diese Regel eine Anweisung für den Computer, wie er bei der Suche nach dem Vater vorzugehen hat: "Ist der Vater Y von X gesucht, so suche zunächst ein Elternteil Y und versuche auch noch die Bedingung zu erfüllen, dass dieses männlich ist."

Also wird z. B. die Anfrage

```
?- vater(daisy,V).
```

intern ersetzt durch die Frage

```
?- elter(daisy,V), maennl(V).
```

Die Abarbeitung dieser Frage haben wir schon oben betrachtet.

Manche Prädikate werden durch mehrere Regeln festgelegt; z. B. brauchen wir für den Begriff 'Schwager' zwei Regeln:

```
/* schwager(X,Y) heißt: Y ist Schwager von X */
schwager(X,Y):- verheiratet(X,Z), bruder(Z,Y).
schwager(X,Y):- schwester(X,Z), verheiratet(Z,Y).
```

Es werde jetzt die Frage gestellt

```
?- schwager(cosima,S).
```

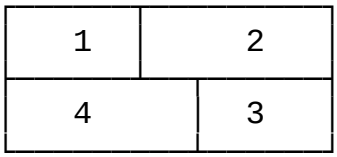
Nach der ersten Regel versucht PROLOG zunächst die Teilziele *verheiratet(cosima,Z)* und *bruder(Z,S)* zu erfüllen. Dies gelingt nicht. Deshalb wird diese Regel verlassen und der Schwager von Cosima wird nach der zweiten Regel gesucht. Dazu versucht PROLOG die beiden Teilziele *schwester(cosima,Z)* und *verheiratet(Z,S)* zu erfüllen, was schließlich auch gelingt.

Wie Sie gesehen haben, verfügt PROLOG bei der Suche nach Lösungen über einen recht leistungsfähigen Grundalgorithmus. Entscheidungen, die in eine Sackgasse führen, werden wieder rückgängig gemacht und es wird die nächste Möglichkeit ausprobiert. Ein solches Vorgehen wird von den Informatikern **Backtracking** (Rücksetzen) genannt.

Dieses Backtracking wollen wir zum Schluß noch am letzten Beispiel des vorigen Kapitels erläutern. Es ging dort um die Einfärbung eines Gebietes mit drei Farben und wir hatten folgendes Programm angegeben:

```
farbe(rot).
farbe(gelb).
farbe(blau).

einfaerbung(F1,F2,F3,F4):-
   farbe(F1), farbe(F2), farbe(F3), farbe(F4),
   F1\=F2, F1\=F4, F2\=F3, F2\=F4, F3\=F4.
```



Wir fragen jetzt nach der Lösung des Problems

```
?- einfaerbung(F1,F2,F3,F4).
```

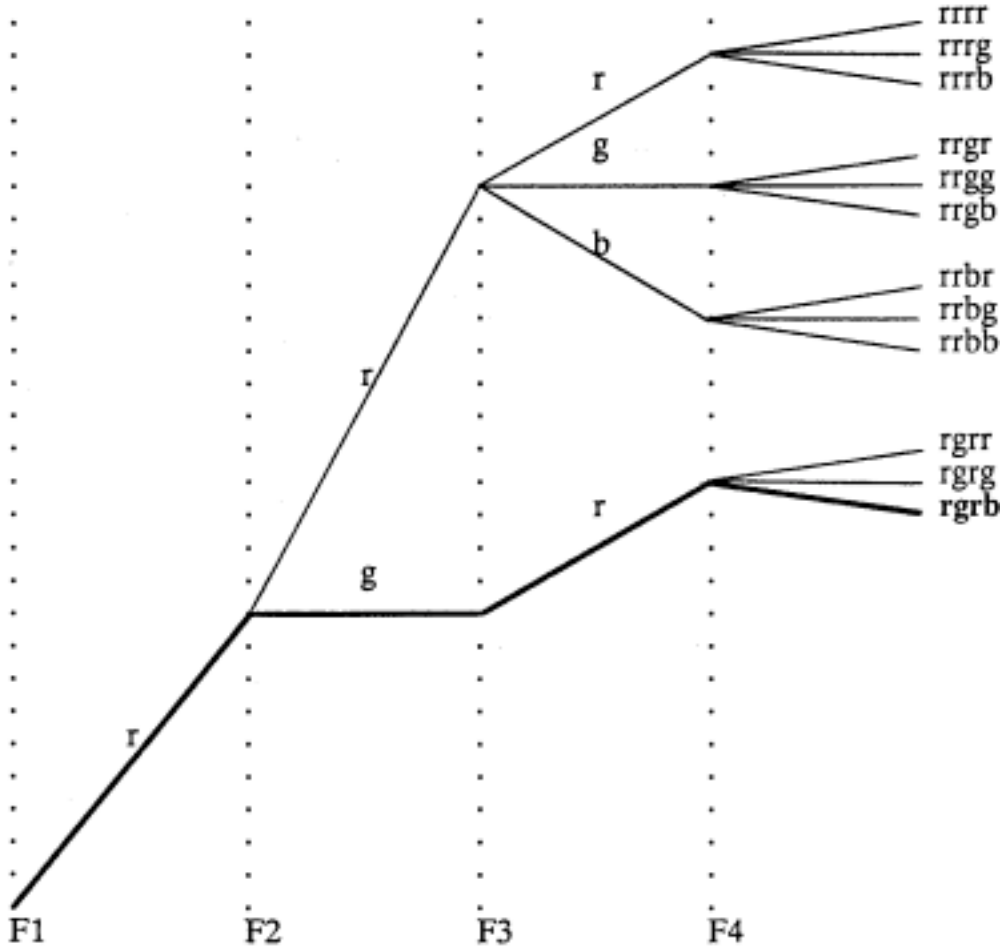
PROLOG will diese Anfrage mit Hilfe der Regel lösen. Dazu versucht es nacheinander die Teilziele auf der rechten Seite zu erfüllen. Die ersten Teilziele *farbe(F1), farbe(F2), farbe(F3), farbe(F4)* sind schnell erfüllbar, indem alle Variablen *F1* bis *F4* mit *rot* belegt werden: *F1=rot, F2=rot, F3=rot, F4=rot*. Damit sind alle Variablen, die in der obigen Regel vorkommen, belegt; es ist eine vollständige Belegung der Variablenmenge **erzeugt**. Die nächsten Teilziele *F1\=F2, F1\=F4,...* **überprüfen** nun, ob diese Variablenbelegungen das Einfärbeproblem lösen. Schon die erste Überprüfung *F1\=F2* scheitert, damit setzt das Backtracking ein. Als erstes wird die letzte Entscheidung (*F4=rot*) rückgängig gemacht; *F4* wird wieder freigegeben und versuchsweise mit *gelb* bzw. *blau* belegt. Da dies auch nicht zum Ziel führt, wird dann die vorletzte Entscheidung (*F3=rot*) aufgehoben; die Variable *F3* ist nun frei und es werden die Belegungen probiert

```
F3=gelb, F4=rot
F3=gelb, F4=gelb
F3=gelb, F4=blau
F3=blau, F4=rot
F3=blau, F4=gelb
F3=blau, F4=blau
```

Sicher haben Sie schon bemerkt, dass diese Versuche für die Erfüllung des Teilziels *F1\=F2* alle zwecklos sind; PROLOG kommt durch braves Ausprobieren zum selben Schluß und hebt nun auch die drittletzte Entscheidung (*F2=rot*) auf. Es versucht die nächste Möglichkeit *F2=gelb, F3=rot, F4=rot,* und damit sind die ersten fünf Teilziele der rechten Seite erfüllt. PROLOG wendet sich nun dem sechsten Teilziel zu: *F1\=F4*. Mit der derzeitigen Variablenbelegung ist dieses Teilziel nicht erfüllt, also beginnt wieder das Bachtracking. Die letzte Entscheidung *F4=rot* wird aufgehoben und die nächste Möglichkeit, die die Datenbasis anbietet, wird versucht: *F4=gelb*. Wir haben jetzt also die Belegung *F1=rot*, *F2=gelb*, *F3=rot*, *F4=gelb*, die die ersten sechs Teilziele erfüllt. Diese Belegung erfüllt allerdings noch nicht die beiden letzten Teilziele *F2\=F4* und *F3\=F4*. Durch nochmaliges Backtracking landen wir aber schließlich bei der Belegung *F1=rot*, *F2=gelb*, *F3=rot*, *F4=blau*, die sämtliche Bedingungen erfüllt.

Wir veranschaulichen uns das Backtracking in einem Diagramm (siehe nächste Seite). Es sind 4 Entscheidungen zu treffen, die Belegungen der Variablen *F1*, *F2*, *F3*, *F4*. Bei jeder Entscheidung gibt es 3 Möglichkeiten, damit gibt es insgesamt 3^4=81 Möglichkeiten, die in einem Baum (der hier von links nach rechts wächst) dargestellt werden können. Hier ist nur ein Teil des Baumes gezeichnet.

Wir durchlaufen den Entscheidungsbaum von links nach rechts, die Entscheidung für *rot* wird symbolisiert durch einen Weg nach schräg oben, *gelb* entspricht waagrecht nach rechts, *blau* wird dargestellt durch schräg nach unten. Nach vier Entscheidungen landet man ganz rechts bei einer Belegung der vier Variablen. Der Rücknahme einer Entscheidung entspricht das Zurückgehen nach links bis zum vorigen Knoten, wo dann eine neue Entscheidung getroffen werden kann. Wir waren zunächst beim Endpunkt 'rrrr' angelangt, durch Überprüfen, Zurückgehen und nochmaliges Versuchen kamen wir zu den Zuständen 'rrrg' und 'rrrb'; da diese auch nicht die Bedingungen erfüllten, mussten wir noch eine Entscheidungsebene zurückgehen usw. So können Sie im Baumdiagramm die Entscheidungen und das Backtracking verfolgen, die uns schließlich zum Zustand 'rgrb' geführt haben. Sie sehen, dass PROLOG zwölf Belegungen der vier Variablen ausprobieren musste, bis es fündig wurde.

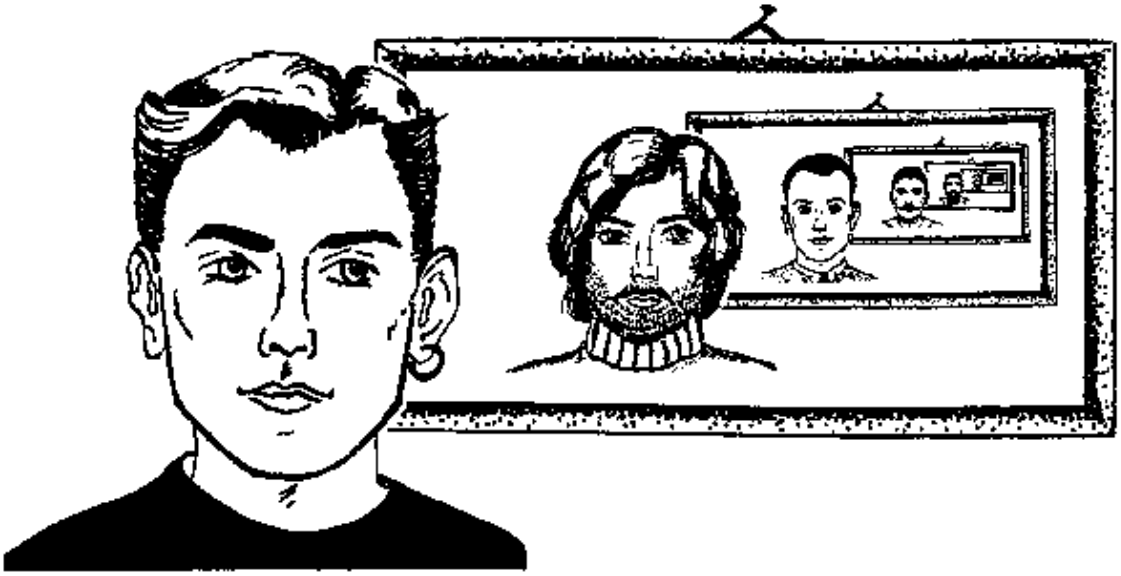


Das Programm arbeitet nach dem Prinzip '**Erzeuge und Überprüfe**' (generate and test). Die ersten vier Teilziele *farbe(F1), ..., farbe(F4)* erzeugen die Belegung sämtlicher Variablen, diese Belegungen werden durch die folgenden Teilziele *F1\=F2, ..., F3\=F4* überprüft.

3) Der Benutzer erfragt bei obigem Programm weitere Lösungen. Ergänzen Sie das obige Baumdiagramm und verfolgen Sie das Backtracking bis zur nächsten Lösung.
4) Ergänzen Sie das Programm durch vier *write*-Befehle für die Variablen *F1* bis *F4*, die nach den ersten vier Teilzielen gesetzt werden. Damit lassen Sie die Belegung der Variablen protokollieren. Vergleichen Sie mit dem Baumdiagramm.
5) Machen Sie das obige Programm schneller, indem Sie die Reihenfolge der Teilziele verändern. Das Überprüfen sollte nicht erst am Schluß, sondern so bald wie möglich geschehen.

Wenn Sie PROLOG bei seiner Suche zuschauen wollen, können Sie das im Trace-Modus tun (siehe Anhang). Das Schöne bei PROLOG ist aber, dass sich der Programmierer um die Organisation der Suche nicht kümmern muss. Für viele Probleme reicht daher eine deklarative Beschreibung des Problems aus, die vielleicht durch eine grobe Vorstellung des Suchvorgangs abgerundet wird. Keinesfalls ist es nötig, sich bei jeder Anfrage Gedanken darüber zu machen, welche Instantiierungen und Vergleiche bei der Bearbeitung vorgenommen werden.

4 Rekursion



Hier sehen Sie ein Bild von Donald, dessen Stammbaum uns schon in den Kapiteln 1 und 2 beschäftigt hat. Donald hat sich vor dem Bild seines Vaters (Clemens) fotografieren lassen. Als dieses Bild von Clemens vor etwa 25 Jahren aufgenommen wurde, hat sich Clemens vor das Bild seines Vaters (Baldur) gestellt, der sich vor 50 Jahren vor dem Bild seines Vaters (Adam) aufgestellt hatte. Auf diese Weise ist in einem Bild eine ganze Galerie von Vorfahren eingefangen.

Um den Begriff 'Vorfahr' geht es in diesem Abschnitt. Schon einem kleinen Kind können wir diesen Begriff schnell erklären:

Vorfahren sind die Eltern, Großeltern, Urgroßeltern, Ururgroßeltern, Urururgroßeltern usw.

Wir erklären PROLOG zunächst diese Begriffe:

```
grosselter(X,Y):- elter(X,Z), elter(Z,Y).
urgrosselter(X,Y):- elter(X,Z), grosselter(Z,Y).
ururgrosselter(X,Y):- elter(X,Z), urgrosselter(Z,Y).
urururgrosselter(X,Y):- elter(X,Z),
urgrosselter(Z,Y).
```

Schwierig ist nur die Verallgemeinerung, der Begriff 'Vorfahr', da PROLOG im Gegensatz zu uns mit dem 'usw.' nichts anzufangen weiß. Dieses 'usw.' dient uns dazu, die unendlich vielen Möglichkeiten einzufangen. In PROLOG benötigen wir hierfür die **Rekursion**. Die rekursive Definition von 'Vorfahr' lautet:

```
vorfahr(X,Y):- elter(X,Y).
vorfahr(X,Y):- elter(X,Z), vorfahr(Z,Y).
```

Das heißt: Vorfahren von X sind die Eltern von X und die Vorfahren der Eltern von X. Der Begriff 'Vorfahr' wird also teilweise durch sich selbst erklärt. Dass dies trotzdem keine unsinnige, in sich kreisende Definition ist, sieht man am besten, wenn man sie prozedural betrachtet. Dann sind die obigen Regeln eine Anweisung an PROLOG:

> Wenn du einen Vorfahr von X suchen sollst, so suche zunächst die Eltern von X.
> Wenn du noch weiter nach Vorfahren suchen sollst, so suche ein Elternteil Z und von diesem einen Vorfahr.

Dieses Vorgehen wollen wir für eine spezielle Anfrage nachvollziehen. Es sei gefragt:

```
?- vorfahr(donald,V).
```

Den Vorfahr *V* wird das System zunächst nach der ersten Regel suchen, es wird also mit dem Ziel *elter(donald,V)* weitersuchen. Das ergibt die Antworten *X = clemens* und *X = cleopatra*. Fordern wir nun das System auf, noch weitere Lösungen zu finden, so ist das nach der ersten Regel nicht mehr möglich, PROLOG geht also zur zweiten Regel über. Die Anfrage

```
?- vorfahr(donald,V).
```

wird dazu intern ersetzt durch die Anfrage

```
?- elter(donald,Z), vorfahr(Z,V).
```

Das erste Teilziel hiervon wird zuerst mit *Z = clemens* erfüllt. Das zweite Teilziel lautet damit *vorfahr(clemens,V)*. Um die Vorfahren von Clemens zu finden, wird PROLOG zunächst wieder nach der ersten Regel die Eltern aufspüren, das heißt: die Antworten ausgeben:

```
V=baldur
V=barbara
```

Dieses sind Großeltern von Donald. Wird das System noch weiter zum Suchen angehalten, so wird es die zweite Regel anwenden, um die Vorfahren von Clemens zu finden, und dabei Urgroßeltern von Donald finden usw.

Sind irgendwann alle Vorfahren von Clemens gefunden, wird die Variable *Z* wieder von *clemens* gelöst und mit *cleopatra* belegt, und damit werden dann alle Vorfahren von Cleopatra als Lösungen der Anfrage ausgegeben.

1) Nehmen Sie die Regeln für *vorfahr* in die Datei *stammb.pro* auf und suchen Sie die Vorfahren von Donald.

   Welche Antworten erwarten Sie auf die Fragen

   ```
   ?- vorfahr(daisy,cosima).
   ?- vorfahr(clemens,anna).
   ?- vorfahr(cosima,X).
   ?- vorfahr(X,bernd).
   ```

   Prüfen Sie Ihre Vermutungen nach.

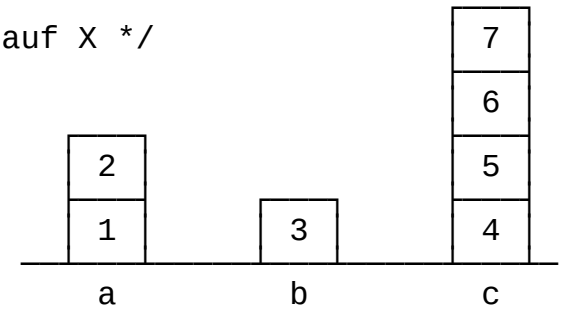
2) Suchen Sie mit Hilfe des Prädikats *vorfahr* die Nachfahren von Anna.

3) Wie Sie gesehen haben, ist es möglich, mit Hilfe von *vorfahr* die Nachfahren zu suchen. Besser ist es, ein eigenes Prädikat *nachfahr* zu benutzen. Definieren Sie dieses Prädikat. Verwenden Sie dazu das Prädikat *kind*.

4) Auf den Plätzen a, b und c liegen die Blöcke 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 in der unten gezeichneten Anordnung.

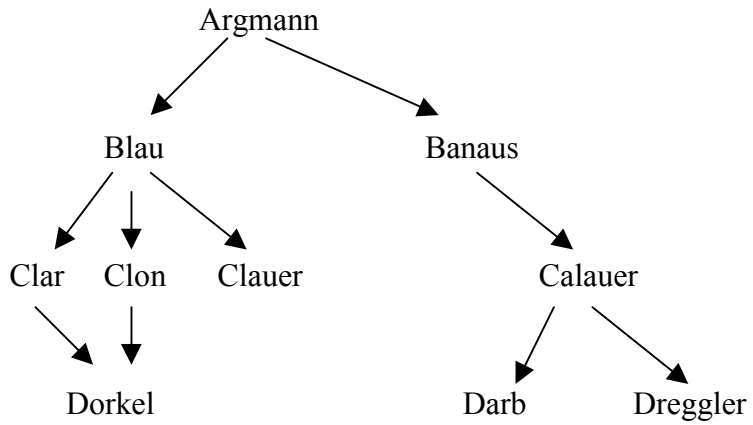
```
/* auf(X,Y) heißt: Y liegt auf X */

auf(a,1).
auf(1,2).
auf(b,3).
auf(c,4).
auf(4,5).
auf(5,6).
auf(6,7).
```



   Für Anordnungen dieser Art soll ein Prädikat *ueber* definiert werden. Dabei soll *ueber(X,Y)* heißen, dass *Y* über *X* liegt. Hinweis: Ein Block Y liegt über X, falls er auf X liegt, oder falls er über einem Block Z liegt, der auf X liegt.

Gegeben ist die folgende Hierarchie von Weisungsbefugnissen in einer Firma.



In der Firma gilt die Regel: Der Weisungsbefugte eines Weisungsbefugten ist weisungsbefugt.

Die Fakten und die Firmenregel wollen wir in PROLOG niederschreiben. Eine allzu wörtliche Übersetzung wäre:

```
/*weisungsbefugt(X,Y) heißt: Y ist Weisungsbefugter von
X*/
weisungsbefugt(blau,argmann).
weisungsbefugt(banaus,argmann).
weisungsbefugt(clar,blau).
weisungsbefugt(clon,blau).
weisungsbefugt(clauer,blau).
weisungsbefugt(calauer,banaus).
weisungsbefugt(dorkel,clar).
weisungsbefugt(dorkel,clon).
weisungsbefugt(darb,calauer).
weisungsbefugt(dreggler,calauer).
weisungsbefugt(X,Y):-
            weisungsbefugt(X,Z), weisungsbefugt(Z,Y).
```

Das Programm ist noch fehlerhaft. Manche Anfragen werden zwar richtig beantwortet:

```
?- weisungsbefugt(banaus,argmann).
?- weisungsbefugt(darb,banaus).
```

Bei der folgenden Anfrage (und bei vielen ähnlichen) aber versagt das Programm:

```
?- weisungsbefugt(argmann,Y).
```

Wir erwarten die Antwort *no*. Stattdessen kommt der Computer bei seiner Suche zu keinem Ende. Um das fehlerhafte Verhalten zu verstehen, müssen wir die Abarbeitung der Anfrage verfolgen. Zunächst versucht das System, die Anfrage mit einem Faktum zu matchen; das gelingt nicht. Es bleibt also nur noch die Regel, und hier ist das System insofern erfolgreich, als die linke Seite mit der Anfrage matcht (mit der Bindung *X=argmann*). Das System versucht deshalb, die Teilziele auf der rechten Seite zu erfüllen; diese sind *weisungsbefugt(argmann,Z)* und *weisungsbefugt(Z,X)*. Das erste dieser Teilziele ist aber nichts anderes als die ursprüngliche Anfrage, lediglich der Variablenname hat sich geändert. Daher beginnt das Spiel von vorn und kommt nie zu einem Ende, wir befinden uns in einer 'Endlosschleife'.

Um dies zu beheben, lernen wir von der Definition des Prädikates *vorfahr*. Dort wurde zwischen den direkten Vorfahren (den Eltern) und den allgemeinen Vorfahren unterschieden. Beim jetzigen Beispiel müssen wir zwischen direkten Weisungsbefugten und Weisungsbefugten unterscheiden. Haben wir die direkten Weisungsbefugten in der Datenbasis abgelegt, so können wir die rekursive Regel für die Weisungsbefugten formulieren.

```
/*dir_weisungsbefugt(X,Y) heißt: Y ist direkter
Weisungsbefugter von X*/
```

```
dir_weisungsbefugt(blau,argmann).
. . .
. . .
dir_weisungsbefugt(dreggler,calauer).
weisungsbefugt(X,Y):- dir_weisungsbefugt(X,Y).
weisungsbefugt(X,Y):-
        dir_weisungsbefugt(X,Z), weisungsbefugt(Z,Y).
```

5) Begründen Sie, warum bei diesem Programm bei der Frage nach den Weisungsbefugten von Argmann keine Endlosschleife entsteht. Erstellen Sie das korrekte Programm und überprüfen Sie die Antworten auf die Anfragen:

```
?- weisungsbefugt(argmann,Y).
?- dir_weisungsbefugt(clauer,argmann).
?- weisungsbefugt(clauer,argmann).
?- weisungsbefugt(dorkel,X).
```

6) Bei der letzten Regel kommt es auf die Reihenfolge der Teilziele auf der rechten Seite an. Die Regel

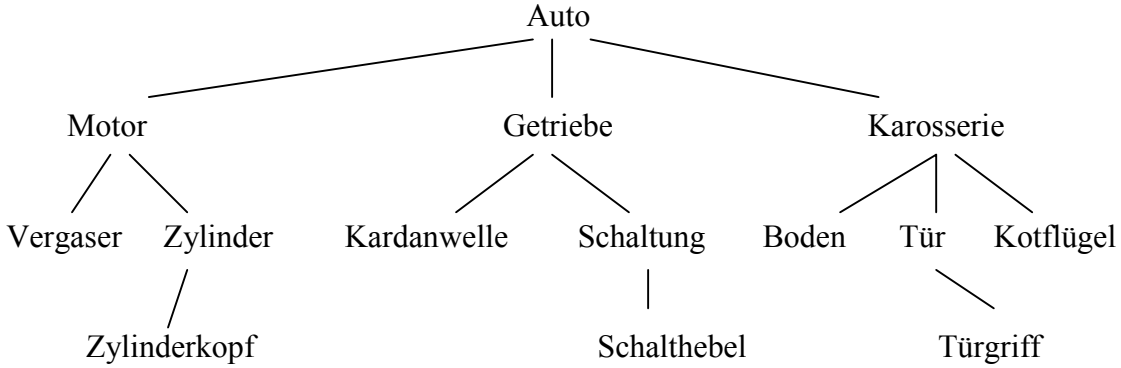
```
weisungsbefugt(X,Y):-
        weisungsbefugt(Z,Y), dir_weisungsbefugt(X,Z).
```

ist zwar logisch gleichwertig, wäre aber (prozedural gesehen) falsch. Geben Sie Beispiele von Anfragen, die zu Endlosschleifen führen würden.

7) Das folgende Prädikat *vorfahr1* ist eine leichte Abwandlung von *vorfahr*. Untersuchen Sie die deklarativen und prozeduralen Unterschiede, insbesondere die Reihenfolge, in der die Vorfahren einer Person gefunden werden.

```
vorfahr1(X,X).
vorfahr1(X,Y):- elter(X,Z), vorfahr1(Z,Y).
```

8) Das Diagramm soll einen Überblick über die Teile eines Autos geben:



Legen Sie den Inhalt des Diagramms in einer PROLOG-Datenbasis ab und definieren Sie ein Prädikat *teil*. Dabei soll *teil(X,Y)* heißen, dass *Y* Teil von *X* ist.

Es soll gelten: Ist A Teil von B und B Teil von C, so ist A Teil von C. Unterscheiden Sie bei der Programmierung zwischen 'direktem Teil' und 'Teil'.

9) Schreiben Sie ein achtstelliges Prädikat *zyklisch_vertauscht*. Dabei soll *zyklisch_vertauscht(A,B,C,D,W,X,Y,Z)* bedeuten, dass die Symbole W, X, Y, Z durch zyklische Vertauschung aus A, B, C, D hervorgehen. Das System soll z. B. auf die Anfrage

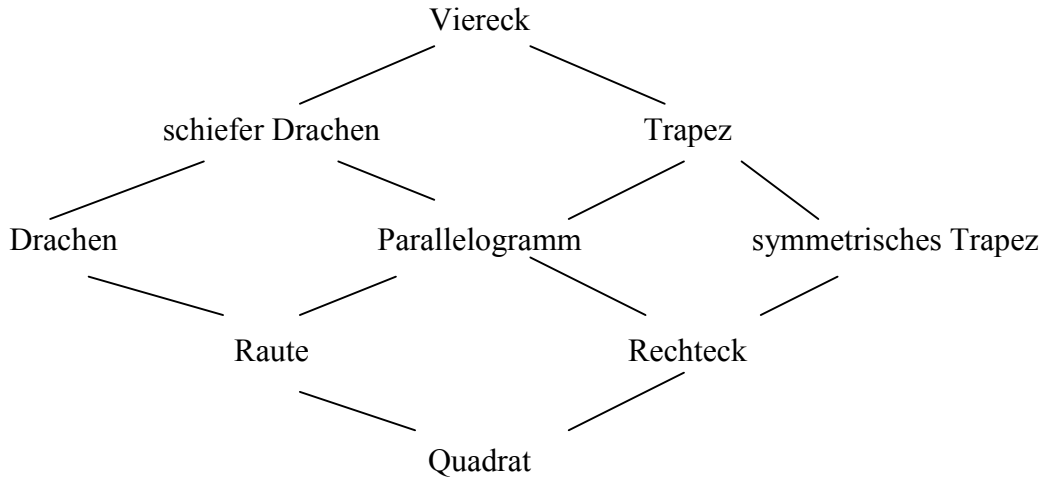
```
?- zyklisch_vertauscht(1,2,3,4,W,X,Y,Z).
```

die Antworten geben:

```
W=2, X=3, Y=4, Z=1
W=3, X=4, Y=1, Z=2
W=4, X=1, Y=2, Z=3
```

usw.

10) Das Haus der Vierecke



Ein Quadrat ist ein Spezialfall eines Rechtecks und damit auch Spezialfall eines Parallelogramms, usw.

Definieren Sie mit Hilfe einer rekursiven Prozedur ein Prädikat *spezialfall*, so dass z. B. gilt *spezialfall(parallelogramm,quadrat)*.

Bei allen Aufgaben dieses Abschnitts wurden Prädikate **rekursiv** definiert, und zwar nach dem Muster des Prädikats *vorfahr*:

```
vorfahr(X,Y):- elter(X,Y).
vorfahr(X,Y):- elter(X,Z), vorfahr(Z,Y).
```

Betrachten wir diese beiden Regeln zunächst deklarativ. Die erste Regel schildert den einfachsten Fall. Die zweite Regel umfasst alle Regeln für die Prädikate *grosselter*, *urgrosselter*, *ururgrosselter*, usw., die zu Beginn dieses Abschnitts angegeben sind.

Mit dieser deklarativen Betrachtung können Sie sich durchaus zufriedengeben. Sie zeigt, dass die Definition von *vorfahr* logisch richtig ist. Dass sie auch die richtigen Ergebnisse liefert, haben Sie (hoffentlich) durch viele verschiedenartige Anfragen überprüft.

Die meisten Menschen haben allerdings bei der Rekursion ein ungutes Gefühl, solange sie nicht die beiden Regeln (wenigstens in Ansätzen) prozedural verstanden haben. Der Grundgedanke der prozeduralen Betrachtung ist dieser: die zweite, die **rekursive Regel** löst nie eine Anfrage direkt, sondern **dient dazu, eine Suche auf eine einfachere, gleichartige Suche zurückzuführen**.

Es werde z. B. die Lösung der 'schwierigen' Anfrage

```
?- vorfahr(donald,baldur).
```

gesucht. Die Anfrage ist insofern schwierig, als die Suche mit Hilfe der ersten Regel nicht zum Ziel führt. Deshalb versucht PROLOG die zweite Regel, kann mit *Z=clemens* das erste Teilziel der rechten Seite erfüllen und muss jetzt die Frage untersuchen

```
?- vorfahr(clemens,baldur).
```

Diese Frage ist zwar sehr ähnlich zur ursprünglichen Frage, läßt sich aber mit Hilfe der ersten Regel beantworten.

Betrachten wir eine Anfrage, die noch schwieriger ist:

```
?- vorfahr(donald,adam).
```

Wieder führt die erste Regel nicht zum Ziel. Die zweite Regel führt mit *Z=clemens* zum Teilziel

```
?- vorfahr(clemens,adam).
```

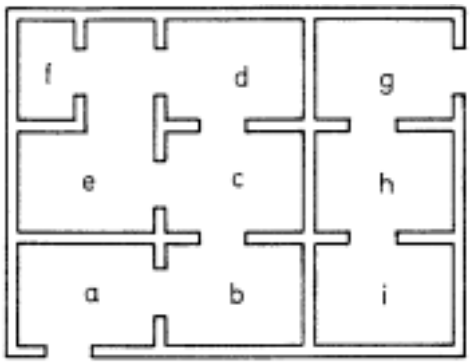
Diese Frage ist zwar schon einfacher als die ursprüngliche (der Generationenabstand ist vermindert), aber immer noch nicht mit der ersten Regel lösbar. Die rekursive Regel muss also ein zweites Mal angewandt werden, das ergibt das Teilziel

```
?- vorfahr(baldur,adam).
```

Diese Frage kann mit Hilfe der ersten Regel beantwortet werden.

Am Schluß der erfolgreichen Beantwortung einer Frage der obigen Form wird stets die erste Regel angewandt. Deshalb bezeichnet man sie als **Rekursionsausstieg**.

5 Listen



Beim nebenstehenden Labyrinth gibt es zwei Wege von Raum a nach Raum f. Wir geben sie an als Listen:

```
[a,b,c,e,f]
[a,b,c,d,e,f]
```

•

Hierbei haben wir schon die PROLOG-Schreibweise von Listen verwendet: Die Elemente stehen zwischen zwei eckigen Klammern und sind durch Kommas getrennt. Die Elemente können Konstante, Variable oder selbst wieder Listen sein.

Um mit Listen umgehen zu können, gibt es eine Schreibweise, die eine Liste in **Kopf** und **Schwanz** aufteilt. Das erste Element einer Liste heißt Kopf, der übrige Rest heißt Restliste oder Schwanz. Dies wird mit Hilfe des Zeichens '|' (lies: Strich, bei MS-DOS-Geräten ASCII-Code 124) ausgedrückt. Geben Sie hinter dem Promptzeichen ein:

```
?- [Kopf|Restliste] = [a,b,c,d,e,f].
```

Als Antwort erhalten Sie

```
Kopf = a
Restliste = [b,c,d,e,f]
```

Das Gleichheitszeichen bei der Anfrage können wir im deklarativen Sinn ganz naiv auffassen als die Frage nach der Gleichheit. Prozedural bedeutet diese Frage eine Aufforderung an das System, die linke und die rechte Seite zu matchen. Im obigen Fall ist dies gelungen und die Variable *Kopf* ist nun an die Konstante *a*, die Variable *Restliste* an die Liste [*b,c,d,e,f*] gebunden.

Als nächstes versuchen wir die Aufteilung in Kopf und Schwanz bei einer Liste von Listen:

```
?- [Kopf|Restliste] =  [[a,b],[c,d],[e,f]].
```

Hier ergibt sich die Antwort

```
Kopf = [a,b]
Restliste = [[c,d],[e,f]]
```

•

Was geschieht, wenn die Liste nur ein Element besitzt?

```
?- [X|Rs] =  [13].
```

Die Antwort lautet:

□

```
X = 13
Rs = []
```

•

Damit haben Sie die leere Liste [] kennengelernt, die im folgenden noch eine große Rolle spielen wird. Außer der leeren Liste kann jede Liste in Kopf und Schwanz zerlegt werden.

Meist kennzeichnen wir Variablen, die für Listen stehen mit einem 's' am Ende des Variablennamens (vom Plural-'s' im Englischen).

1) Versuchen Sie das Ergebnis der folgenden Anfragen vorauszusagen, bevor Sie die RETURN-Taste drücken:

[1] Das Zeichen □ hat keinerlei "PROLOG-Bedeutung", lässt sicher aber auch nicht aus dem Text entfernen.

```
?- [Z|Rs] = [1,2,3,4,5].
?- [3,4,5] = [X|Rs].
?- [Kopf|Rs] = [a].
?- [Y|Rs] = [].
?- [Erstes|Schwanz] = [[1,2,3]].
?- [X|Rs] = [[]].
```

2) Vor dem senkrechten Strich kann nicht nur der Kopf der Liste stehen, wir können auch mehrere Elemente vor dieses Zeichen schreiben. Machen Sie sich mit dieser Schreibweise durch die folgenden Anfragen vertraut.

```
?- [X,Y|Rs] = [a,b,c,d,e].
?- [X,Y,Z|Rs] = [a,b,c,d,e].
?- [1,2,3,4,5] = [1,2|Rs].
?- [1,2,3,4,5] = [2,1|Rs].
?- [X,Y|Rs] = [a].
```

Wir wollen ein Prädikat *erstes_element* definieren, so dass *erstes_element(X,Ls)* bedeutet:

X ist das erste Element von Liste Ls. Mit Hilfe der eben gelernten Schreibweise lautet die Definition überraschend knapp:

```
erstes_element(X,[X|Rs]).
```

3) Geben Sie diese eine Zeile als Programm in eine Datei *list.pro* ein und richten Sie Anfragen an das Programm, z. B.:

```
?- erstes_element(E,[x,y,z]).
?- erstes_element(Erstes,[[1,2],[3,4]]).
?- erstes_element(X,[]).
?- erstes_element(a,[X|[1,2,3]]).
?- erstes_element(a,Ls).
```

□

Bei der letzten Frage gibt es keine eindeutige Lösung. PROLOG gibt auch hier die richtige Antwort: Die gesuchte Liste *Ls* hat den Kopf *a*, für den Schwanz wird eine Variable gesetzt.

□

Als nächstes wollen wir ein Prädikat *letztes_element* definieren. Da wir nicht wissen, wie lang die Liste ist, verwenden wir die Rekursion. Als Rekursionsaustieg notieren wir zunächst den einfachsten Fall, die einelementigen Listen. Alle mehrelementigen Listen werden durch Rekursion hierauf zurückgeführt: Das letzte Element einer mehrelementigen Liste ist das letzte Element des Schwanzes.

```
letztes_element(X,[X]).
letztes_element(X,[K|Rs]):- letztes_element(X,Rs).
```

•

Es lohnt sich, die rekursive Regel prozedural zu betrachten. Sie führt die Frage nach dem letzten Element einer Liste der Form [*K*|*Rs*] auf die entsprechende Frage für die Liste *Rs* zurück. Die Frage wird also nicht gelöst, sondern auf eine kürzere Liste zurückgegeben. Nach endlich vielen Anwendungen der rekursiven Regel landet man zwangsläufig bei einer Liste der Länge 1, wo dann der Rekursionsausstieg stattfindet.

4) Geben Sie die beiden Regeln für das Prädikat *letztes_element* in die Datei *list.pro* ein und stellen Sie die Fragen:

```
?- letztes_element(Letztes,[1,2,3]).
?- letztes_element(L,[[1,2],[3,4],[5,6]]).
?- letztes_element(Le,[1]).
?- letztes_element(X,[]).
?- letztes_element(a,Ls).
```

5) Definieren Sie ein Prädikat *vorletztes_element*. Es soll *vorletztes_element(X,Ls)* bedeuten, dass X das vorletzte Element von Ls ist, falls ein solches existiert.

Nach diesen Vorübungen soll nun die grundlegende Beziehung *element* definiert werden. Dabei heißt *element(X,Ls)*, dass *X* ein Element der Liste *Ls* ist. Als Rekursionsausstieg nehmen wir den einfachen Fall, dass *X* das erste Element der Liste *Ls* ist. Alle anderen Fälle führen wir auf diesen rekursiv zurück, indem wir *X* in der Restliste suchen.

```
element(X,[X|Rs]).
element(X,[Y|Rs]):- element(X,Rs).
•
```

X ist Element einer Liste, wenn es das erste Element ist oder in der Restliste vorkommt.

6) Nehmen Sie diese Regeln für *element* in die Datei *list.pro* auf und stellen Sie folgende Anfragen an das Programm. Lassen Sie nach weiteren Lösungen suchen, falls dies möglich ist. Versuchen Sie, die Abarbeitung prozedural zu verstehen.

```
?- element(1,[1,2,3,2]).
?- element(2,[1,2,3,2]).
?- element(X,[1,2,3,2]).
?- element(X,[[1,2],[3,2]]).
?- element(1,Ls).
•
```

Bei der letzten Frage erzeugt PROLOG mit Hilfe von Variablen 'allgemeine' Listen, die 1 als Element enthalten.

□

Das Prädikat *element* kommt in den meisten PROLOG-Versionen als Systemprädikat *member* vor, da es beim Umgang mit Listen unentbehrlich ist.

Es soll *geloescht(X,Ls,Ms)* bedeuten, dass die Liste *Ms* aus *Ls* dadurch entsteht, dass *X* aus *Ls* gelöscht wird. Falls *X* nicht in *Ls* vorkommt, soll *Ms=Ls* sein; falls *X* mehrfach in *Ls* vorkommt, soll es vollständig gelöscht werden.

Als Rekursionsausstieg nehmen wir den einfachsten Fall für *Ls*, die leere Liste []. Jede andere Liste denken wir uns in Kopf und Schwanz zerlegt. Ist *X* gleich dem Kopf der Liste *Ls*, so ist *Ms* die Liste, die entsteht, wenn man aus dem Schwanz das Element *X* tilgt (Rekursion); ist *X* ungleich dem Kopf, so muss dieser beibehalten werden und aus dem Schwanz müssen alle möglicherweise vorkommenden Elemente *X* gelöscht werden.

```
geloescht(X,[],[]).
geloescht(X,[X|Rs],Qs):- geloescht(X,Rs,Qs).
geloescht(X,[Y|Rs],[Y|Qs]):- X\=Y, geloescht(X,Rs,Qs).
```

7) Nehmen Sie die Definition dieses Prädikats in die Datei *list.pro* auf und fragen Sie:

```
?- geloescht(a,[a,b,a,c,1,2,3],Zs).
?- geloescht(2,[a,b,a,c,1,2,3],Zs).
?- geloescht(4,[a,b,a,c,1,2,3],Ls).
?- geloescht(a,[],Xs).
?- geloescht(b,Xs,[]).
```

8) Definieren Sie *geloescht1(X,Ls,Rs)*, das die selben Eigenschaften wie *geloescht* haben soll, nur dass ein mehrfach vorkommendes Element *X* nur einmal, und zwar an der vordersten Stelle, gelöscht wird.
9) Definieren Sie das Prädikat *kein_element(X,Ls)*, das wahr ist, wenn *X* kein Element von *Ls* ist. Verwenden Sie dazu das Systemprädikat '\='.

Ein häufig gebrauchtes Prädikat ist *append*. Es bedeutet *append(As,Bs,Cs)*, dass die Liste *Cs* durch Anhängen von *Bs* an *As* entsteht. Folgende Anfragen sollen also mit *yes* beantwortet werden:

```
?-append([1,2,3],[4,5],[1,2,3,4,5]).
?-append([a,b],[],[a,b]).
?-append([],[a,b],[a,b]).
```

In vielen PROLOG-Versionen ist dieses Prädikat im System enthalten, wir wollen es zur Sicherheit hier definieren.

```
append([],Ls,Ls).
append([X|As],Bs,[X|Cs]):- append(As,Bs,Cs).
```

Als Rekursionsausstieg wurde der einfache Fall gewählt, dass die erste Liste leer ist. Ist dies nicht der Fall, so ist der Kopf der ersten Liste sicher auch der Kopf der Liste, die durch das Aneinanderhängen entsteht. Der Schwanz *Cs* dieser Liste wird gebildet durch das Anhängen der zweiten Liste *Bs* an den Schwanz *As* der ersten Liste. Die rekursive Regel führt damit die Anfrage zurück auf eine gleichlautende Frage mit einer kürzeren Liste. Nach endlich vielen Durchgängen durch die rekursive Regel landet man sicher beim Rekursionsausstieg.

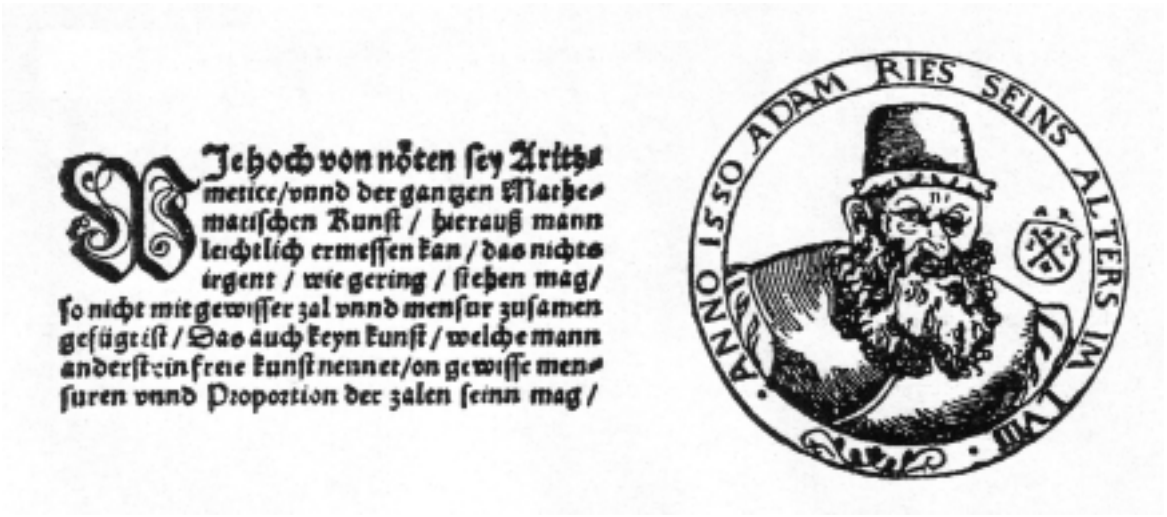
10) Das Prädikat *append* dient nicht nur zum Aneinanderhängen von Listen (wie der Name nahelegt), sondern auch zum Zerlegen einer Liste. Stellen Sie die Anfragen:

```
?-append([a,b,c],[a,b],Ls).
?-append(Xs,Ys,[1,2,3,4,5]).
?-append([1,2],Xs,[1,2,3,4,5]).
?-append([1,2],Zs,[2,1,3,4,5]).
```

11) Das Prädikat *revers(Ls,Ms)* soll gelten, falls die Listen *Ls* und *Ms* spiegelsymmetrisch zueinander sind, also z. B. *Ls* = [*1,2,3*] und *Ms* = [*3,2,1*]. Verwenden Sie bei der Definition von *revers* das Prädikat *append*.

6 Arithmetik

Sie werden sich wundern, dass in einem Buch über eine Programmiersprache bis jetzt kein



Wort über Zahlen und das Rechnen mit ihnen gefallen ist. Nun ist PROLOG zwar nicht zur Durchführung numerischer Berechnungen geschaffen worden, aber als eine viel benutzte Programmiersprache kann es auf Zahlen und arithmetische Operationen nicht verzichten. Wir haben die Behandlung der Arithmetik vor allem deswegen zurückgestellt, weil aus Effektivitätsgründen die arithmetischen Operationen durchaus 'PROLOG-untypisch' implementiert sind.

1) Laden Sie die Datei *brd.pro* der Kanzler der Bundesrepublik Deutschland bis 1990 oder geben Sie ein:

```
kanzler(adenauer, 1949,1963).
kanzler(erhard, 1963,1966).
kanzler(kiesinger, 1966,1969).
kanzler(brandt, 1969,1974).
kanzler(schmidt, 1974,1982).
kanzler(kohl, 1982,1990).
```

Wir möchten wissen, wer in einem bestimmten Jahr Kanzler war. Dazu definieren wir ein Prädikat *regiert(K,J),* das wahr ist, wenn Kanzler *K* im Jahr *J* regiert:

```
regiert(K,J):- kanzler(K,A,E), A =< J, E >= J.
```

Beachten Sie die Notation = < für 'kleiner oder gleich' (bzw. > = für 'größer oder gleich'). Die 'umgekehrte' Notation < = bzw. = > ist für Vergleiche nicht erlaubt, da für PROLOG die 'Pfeile' eine andere Bedeutung haben, die uns aber hier nicht interessiert.

2) Versuchen Sie das Ergebnis der Anfragen vorauszusagen:

```
?- regiert(K, I960).
?- regiert(K, 1974).
?- regiert(K, 1900).
?- regiert(kohl,1980).
?- regiert(kohl,1988). ,
```

```
?- regiert(kohl,J).
```

Beachten Sie: Die letzte Anfrage wird mit *no* beantwortet, PROLOG erzeugt nicht die Jahre von 1982 bis 1990!

3) Stellen Sie die Anfragen:

```
?- 2 < 3.
?-2 > 3.
?-X < 3.
?-X =< 3.
?-X < Y.
?- X=2, Y=3, X < Y.
```

Wir halten fest: Bei einem Vergleich X < Y, X =< Y usw. müssen beide Variable X und Y mit Zahlen belegt (instantiiert) sein.

Wir wollen die Regierungsdauer der einzelnen Kanzler wissen:

```
reg_dauer(K,D):- kanzler(K,A,E), D is E-A.
```

In dieser Regel tritt der ^-Operator neu auf: Rechts vom ^-Operator steht ein arithmetischer Ausdruck, links eine Variable. Der Ausdruck im rechten Argument von *is* wird ausgewertet, die Variable im linken Argument mit dem berechneten Wert belegt **(instantiiert).** 'is' kann also mit dem Wertezuweisungsoperator ':=' in PASCAL oder COMAL verglichen werden.

4) Stellen Sie die Anfragen:

```
?-X  is 4+2.
?-4+2 is X.
?-6  is 4+2.
?-4+2 is 6.
?-X  is 2-5.
?- X      is
3*4.
```

```
?- Y is 17/3.
?-Y is 17 mod
3.
?-4+X is 6.
?-6 is 4+X.
?-Y is 4+X.
?- X = 3, X is
X+2.
```

Viele PROLOG-Versionen erlauben nur ganze Zahlen, die Division ist dann die ganzzahlige Division. Durch *X mod Y* wird der Rest von X bei Division durch Y berechnet. **Der arithmetische Term im rechten Argument von 'is' darf nur instantiierte Variable enthalten.**

Anmerkung: PROLOG-typischer wäre die Realisierung etwa von Addition/Subtraktion durch ein dreistelliges Prädikat *plus(X,Y,Z).* Das Prädikat *plus* müßte sowohl zum Testen geeignet sein, wie *mplus(3,5,7),* als auch zur Berechnung von Summe und Differenz, wie *mplus(3,5,S)* bzw. *plus(3,D,8).* Aus Effektivitätsgründen wurden die Grundrechenarten in PROLOG aber ähnlich implementiert wie in einer anweisungsorientierten Sprache wie PASCAL.

5) Versuchen Sie die Antworten von **PROLOG** vorherzusagen:

```
?- reg_dauer(adenauer,J).
?- reg_dauer(brand-t,10).
?- reg_dauer ( K, 3 ) .
```

6) Stellen Sie die Anfragen

```
?- 12 = 3*4.
?- 3*4 is 12.
?- 12 is 3*4,
```

```
?- 3*4 < 10.
?- 3*4 > 10.
?- 3*4 =< 10+2
?- 3*4 = 12.
```

Wir stellen fest: Links und rechts von den **Vergleichsoperatoren** '<', '=<', '>', '> = '.können Terme stehen (die aber keine freien Variablen enthalten dürfen). Der Operator '=' ist in PROLOG **kein** Vergleichsoperator. Wenn Sie arithmetische Tenne auf Gleichheit prüfen wollen, verwenden Sie den ^-Operator, wobei aber der linke Term eine Zahl oder eine Variable sein muß.

Es ist notwendig, die Operatoren 'is' und '=' voneinander abzugrenzen. Wenn die Anfrage

```
?-X = Y.
```

erfüllt werden soll, versucht PROLOG X und Y zu matchen. Daher kann eine Anfrage wie

```
?- 5 = 2 + 3.
```

nicht gelingen, da die Konstante 5 nur mit sich selbst matcht. Die Anfrage gelingt jedoch stets, wenn *X* 'frei' (nicht instantiiert) ist, egal wofür *Y* steht, und in diesem Fall wird X mit Y instantiiert:

```
?- X = 2 + 3.
?- X = hallo.
?- X = mag(oma,muesli).
?-X = Y.
```

Die Anfrage *?-X is Y.* gelingt nur, wenn *Y* ein auswertbarer arithmetischer Term und *X* gerade der Wert von *Y* ist (wie etwa in *?- 6 is 4 + 2.),* oder wenn *X* eine 'freie' Variable ist; *X* wird dann mit dem Wert von *Y* instantiiert.

7) Die Datei eg. pro enthält eine Sammlung von Fakten über die Länder der Europäischen Gemeinschaft:

```
/* land (Land, Fläche_in_1000_qkm,Einwohner_in_100000) */
land(belgien,31,98). land (daenemark ,43,51).
land(deutschland,357,785). land (f rankreich, 54 7, 541).
land(irland,70,34).
```

```
...
```

Ein Land soll groß heißen, wenn es mehr als 20 Millionen Einwohner oder eine Fläche von mehr als 100.000 qkm besitzt. Definieren Sie ein entsprechendes Prädikat *grossesLand(Land)*.

Definieren Sie ein Prädikat *dichte(L,D),* wobei *D* die Anzahl der Einwohner des Landes *L* pro qkm ist.

Wir definieren ein Prädikat *max(X,Y,M),* das zutrifft, wenn *M* die größere der beiden Zahlen *X* und Yist. In Worten können wir die gewünschte Definition so fassen: Das Maximum *mnX* und *Y* ist *X,* falls *X* größer als *Y* ist, im anderen Fall ist es *Y.*

```
max(X,Y,X):- X > Y.
max(X,Y,Y):- X =< Y.
```

8) Definieren Sie entsprechend ein Prädikat *min(X,Y,M).* Testen Sie die beiden Prädikate *max* und *min* mit verschiedenen Anfragen.

9) Definieren Sie ein vierstelliges Prädikat *max,* so dass *max(X,Y,Z,M)* bedeutet, dass *M* das Maximum der drei Zahlend, Vund Z ist.

Die Mathematiker verwenden den Begriff der *Fakultät*. So ist z.B. 4! = 1*2*3*4 = 24 (das Zeichen 4! wird gelesen als '4 Fakultät'.) Die allgemeine Definition dieses Begriffs benötigt die Rekursion:

0! = l
n! = n*(n-l)! für n>0

Auch hier erkennen wir den Grundgedanken der Rekursion: Der 'schwierige' Fall n! wird durch die Rekursionsgleichung auf den leichteren' Fall (n-1)! zurückgeführt. Nach endlich vielen Anwendungen der Rekursionsgleichungen sind wir bei 0! angekommen, wo dann der Rekursionsausstieg stattfindet.

Zur Berechnung von n! durch ein PROLOG-Programm definieren wir eine Relation *fak(N,F),* die zutrifft, wenn *F* die Fakultät von *N* ist. Die rekursive Definition der Fakultät spiegelt sich wieder in zwei Klauseln *fuTfak:*

```
fak (0,1).
fak(N,F):- N > 0, Nl is N-l, fak(NI,FI), F is N*FI.
```

Die Bedingung *N>0* in der zweiten Klausel ist notwendig, um nicht terminierende Berechnungen bei Anfragen wie *fak(-2,F)* oder beim backtracking von z.B. *fak(4,F)* bei der Suche nach weiteren Lösungen zu verhindern.

10) Testen Sie das Programm mit den Anfragen

```
?- fak(4,F).
?- fak(3,6).
?- fak(N,24).
```

Die letzte Anfrage scheitert. Ursache hierfür ist, dass die arithmetischen Operationen *N>0, NJ is N-l* mit Variablen nicht ausführbar sind.

11) Schreiben Sie ein PROLOG-Programm für *summe(N,S),* wobei *N>0* und *S* die Summe der natürlichen Zahlen von l bis *N* ist.

Eine wichtige Eigenschaft einer Liste ist ihre *Länge*, d. h. die Zahl ihrer Elemente. Das Prädikat *laenge(Ls,N)* trifft zu, wenn die Liste *Ls* aus *N* Elementen besteht. Die rekursive Definition dieses

Prädikats liegt auf der Hand: Die leere Liste hat die Länge 0 (Rekursionsabbruch), die Liste [^Z^] hat eine um l größere Länge als die Liste *Ls.* Die Übersetzung in PROLOG-Klauseln liest sich so:

```
laenge([] ,0).
laenge([XlLs],N): ~ laenge(Ls,NI), N is Nl+1.
```

12) Nehmen Sie das Prädikat *laenge* in die Datei *list.pro* mit auf. Testen Sie es mit geeigneten Anfragen.

Ein rekursives Programm zur Bestimmung des Maximums *M* einer Liste *Zs* ganzer Zahlen:

```
/* max(Zs,M) heißt: M ist das Maximum in der Liste Zs ganzer
Zahlen */
max([X ,X).
max([X Rs],N):- max(Rs,N), N > X. max([X Rs],X):- max(Rs,N),
N =< X.
```

13) Stellen Sie die Anfragen:

```
?- max ([2,1,4,3] ,M).
?- max( [c,a,b],M).
?- max (Zs, 4).
?- max( [a] ,M).
```

Die letzte (sinnlose) Anfrage gelingt mit *M=a.* Um dieses fehlerhafte Verhalten unseres Programms zu korrigieren, ändern wir die erste Klausel:

```
max ( [X], X):- integer (X).
```

14) Testen Sie das geänderte Programm mit den Anfragen der vorigen Aufgabe. Vergleichen Sie beide Versionen des Prädikats *max.*

15) Stellen Sie die Anfragen

```
?- integer (5).
?- integer(-13).
?- integer (a).
?- integer (X).
```

Das Systemprädikat *integer* kann nur zur **Überprüfung** auf Ganzzahligkeit verwendet werden, nicht jedoch zur **Erzeugung** ganzer Zahlen. Wir halten fest: Die mehrfache Verwendbarkeit von PROLOG-Prädikaten, eine der Besonderheiten des logischen Programmierens, ist bei arithmetischen Prädikaten und aus diesen abgeleiteten Prädikaten nicht möglich.

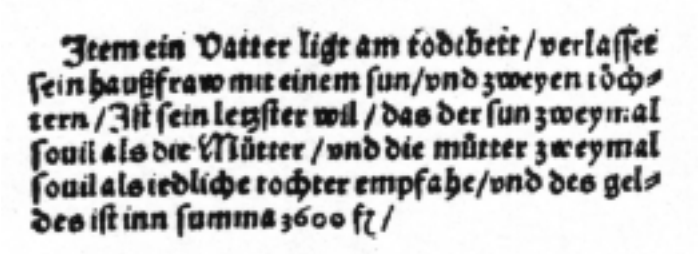
16) Definieren Sie ein Prädikat *min(Zs,Min),* das zutrifft, wenn *Min* das kleinste Element der Liste *Zs* ganzer Zahlen ist.

Wir definieren uns selbst ein Prädikat *zahl,* welches geeignet ist, natürliche Zahlen zu **erzeugen.** Die Idee ist folgende: Sicher ist l eine natürliche Zahl; vergrößern wir eine natürliche Zahl um l, so erhalten wir wieder eine natürliche Zahl:

```
zahl (l). zahl(X):- zahl(Y), X is Y+l.
```

17) Testen Sie das Prädikat *zahl* durch geeignete Anfragen.

Dies ist eine Aufgabe von Adam Ries:


Item ein Vatter ligt am todbett / verlaſſet
ſein haußfraw mit einem ſun / vnd zweyen töch-
tern / Iſt ſein letzſter will / das der ſun zweymal
ſouil als die Mütter / vnd die mütter zweymal
ſouil als iedliche tochter empfahe / vnd des gel-
des iſt inn ſumma 3600 fl /

Item ein Vatter ligt am todtbett, verlasset sein haußfraw mit einem sun und zweyen töchtern. Ist sein letzter wil, das der sun zweymal sovil als die Mutter und die Mutter zweymal sovil als iedliche tochter empfahe, und des geldes ist inn summa 360 gülden.

Setzen wir für das Erbe einer Tochter x Gulden an, erhalten wir die Gleichung
x+x+2x+ 2*2x = 360.
PROLOG löst das Rätsel mit diesem Programm:

```
loesung(X):- zahl(X), 360 is X + X + 2*X + 2*2*X.
zahl (l).
zahl(X):- zahl(Y), X is Y+l.
```

Die Lösung der Aufgabe von Adam Ries geschieht nach dem Prinzip 'Erzeuge und Überprüfe': Das Prädikat *zahl* erzeugt der Reihe nach die natürlichen Zahlen, die anschließend überprüft werden, ob sie die Bedingungen des Rätsels erfüllen. Nachdem das Programm die Lösung gefunden hat, dürfen Sie es nicht noch nach weiteren Lösungen suchen lassen. Können Sie das prozedural begründen?

18) Ein anderes Rätsel von Adam Ries: Item drei Gesellen haben gewunnen eine anzal geldes, der erste numet 1/7, der andere 1/4 und der dritte numet das übrig, das sind 17 gülden. Nun frage, wievil geldes ist, das sie gewunnen.

    Wenn Sie PROLOG das Rätsel mit einem analogen Programm lösen lassen, erhalten Sie zuerst die 'falsche Lösung' X=26. Woran liegt das?

19) Vergleichen Sie *zahl* mit dem nachstehenden Prädikat:

```
n_zahl (X):- integer (X), X>0.
```

Das Prädikat *zwischen(l,J,K)* erzeugt ganze Zahlen K zwischen den Grenzen l und J:
zwischen (1,J,1):- l =< J . zwischen(l,J,K):- l < J, II is l+1, zwischen(ll,J,K).

20) Testen Sie dieses Prädikat. Verwenden Sie es zur Lösung des Rätsels auf Seite 39 von Adam Ries.

Wir erzeugen eine Liste der Zahlen zwischen zwei Grenzen:

```
/* abschnitt(l,J,Zs) heißt: Zs ist die Liste der ganzen
Zahlen zwischen l und J    */
abschnitt(l,l, [l]). abschnitt(l,J,[llZs]):- l < J, II is
l+1, abschnitt(ll,J,Zs).
```

21) Schreiben Sie ein Programm, das die geraden Zahlen zwischen zwei Grenzen erzeugt.

22) Schreiben Sie ein Programm für die Relation *summe liste(Zs,S),* wobei *S* die Summe der Elemente der Liste *Zs* ist. *Zs* sei eine Liste ganzer Zahlen.

7 NOT und CUT

Verneinung

In Kapitel 5 haben Sie das Prädikat *kein_element(X,Ls)* mit Verwendung von Rekursion und \= definiert:

```
/* kein_element(X,Ls) heißt:  X ist nicht in der Liste Ls
enthalten */
kein_element(X,[]).
kein_element(X,[K|Rs]):- X\=K, kein_element(X,Rs).
```

Eine andere Lösung liegt näher: Nachdem wir schon das wichtige Prädikat *element* kennen, ist *kein_element* doch nur die Verneinung von *element*. PROLOG besitzt das Systemprädikat *not* mit dem Verneinungen möglich sind.

1) Vergleichen Sie die beiden Prädikate *kein_element* und *not element*.

Das Prädikat *not* ist sehr nützlich. Als Beispiel verwenden wir es bei der Definition des Prädikats *ist_menge(Ls)*.

```
/* ist_menge(Ls) gilt genau dann, wenn die Liste Ls eine
Menge darstellt, d. h. kein Element mehrfach in Ls vor-
kommt */
ist_menge([]).
ist_menge([K|Rs]):-not element(K,Rs), ist_menge(Rs).
```

2) Testen Sie das Prädikat *ist_menge(Ls)* mit verschiedenen Anfragen.
3) Definieren Sie das Prädikat *disjunkt(Ls,Ms)*, welches wahr ist, wenn die Listen *Ls* und *Ms* kein gemeinsames Element haben.
4) Definieren Sie das Prädikat *liste_zu_menge(Ls,Ms)*, welches wahr ist, wenn *Ms* die Elemente von *Ls* ohne mehrfaches Vorkommen enthält.

Der Gebrauch der Verneinung kann zu Komplikationen führen, wenn *not* auf ein Prädikat angewendet wird, in dem noch 'freie' Variablen vorkommen:

5) Ersetzen Sie im Stammbaum von Aufgabe 7 in Kapitel 1 die einzelnen Fakten

   ```
   weibl(adele).
   weibl(daisy).
   •
   ```

   alle durch die eine Regel

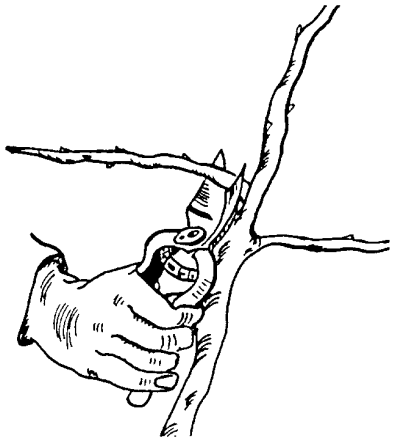
   ```
   weibl(X):- not maennl(X).
   •
   ```

   Stellen Sie nun die Anfragen:

   ```
   ?- weibl(ariadne).
   ?- weibl(adam).
   ?- weibl(abraham).
   ?- weibl(X).
   ?- not weibl(X).
   ```

```
?- elter(baldur,X), weibl(X).
?- weibl(X), elter(baldur,X).
•
```

Eine gewisse Vorsicht bei der Verwendung von *not* ist also geboten. Vergewissern Sie sich, dass *not* nur auf Prädikate mit instantiierten Variablen angewendet wird, das heißt, dass Sie *not* nur zum **Prüfen**, **nicht aber zum Erzeugen** verwenden.



Der Cut

Ein ineffizientes aber gut lesbares Programm zur Lösung der Gleichung x = 2x - 4 ist folgendes:

```
loesung(X):- zahl(X), X is 2*X - 4.
```

Das Prädikat *zahl* ist definiert wie in Kapitel 6:

```
zahl(1).
zahl(N):- zahl(M), N is M+1.
```

In Worten sagt unser Programm: *X* ist Lösung, wenn *X* eine Zahl ist, welche die Bedingung *X is 2*X - 4* erfüllt.

Das Programm beruht auf der Idee des 'Erzeuge und Überprüfe'. Das Prädikat *zahl* dient hierbei als Erzeuger. Anfänglich erzeugt es die Zahl 1, d. h. die Variable *X* wird mit 1 instantiiert. Anschließend wird versucht, das Ziel *X is 2*X - 4* zu erfüllen, was misslingt. Nun findet backtracking statt, d. h. die Bindung von *X* an 1 wird aufgehoben und PROLOG versucht das vorhergehende Ziel *zahl(X)* neu zu erfüllen, was mit 2 gelingt, *X = 2* wird aber vom folgenden Test wieder verworfen, neues backtracking zum Ziel *zahl(X)* erfolgt, usw. Schließlich wird mit *X=4* die Lösung gefunden, aber PROLOG bietet die Suche nach weiteren Lösungen an. Wenn Sie darauf eingehen, findet wieder backtracking statt: Die Bindung von *X* an die Lösung 4 wird aufgehoben, PROLOG versucht das Ziel *zahl(X)* neu zu erfüllen, was mit *X=5* gelingt; dieser Vorschlag wird aber vom anschließenden Test verworfen, usw., das Programm läuft ins Leere. Der Programmierer müsste hier die Möglichkeit haben, in den Arbeitsablauf von PROLOG einzugreifen, um unerwünschtes backtracking zu vermeiden. Tatsächlich stellen alle PROLOG-Versionen hierfür ein Systemprädikat zur Verfügung, den sog. **Cut** (Schnitt), bezeichnet mit **!**. Der Cut soll verhindern, dass PROLOG überflüssige Suchversuche durchführt. Wir verzichten auf eine exakte Definition seiner Wirkung und begnügen uns damit, an Beispielen seine Verwendung zu zeigen. Da der Cut vorwiegend zur Steigerung der Effizienz von PROLOG-Programmen gebraucht wird, ist er im Rahmen dieses Buchs auch zweitrangig.

Das unerwünschte Verhalten unseres Programms wird durch einen Cut behoben:

```
loesung(X):- zahl(X), X is 2*X - 4, !.
```

Auch der Cut ist ein Ziel, aber eines, das immer gelingt. Das Besondere an ihm ist, dass kein backtracking zurück über den Cut möglich ist. Insofern wirkt der Cut wie ein Gitter, das für den Programmfluß problemlos von links nach rechts durchlässig ist, das aber kein Backtracking zu einem Ziel links vom Cut zuläßt.

6) Überzeugen Sie sich, dass das geänderte Programm nun das gewünschte Verhalten hat. Schreiben Sie ein Programm, das die Gleichung 3x - 5 = x + 7 auf analoge Weise löst.

Das Prädikat *zerlegbar(N)* soll wahr sein, wenn *N* einen Teiler hat. Mit Hilfe des Prädikats *zwischen* aus Kapitel 6 erhalten wir eine einfache Beschreibung:

```
zerlegbar(N):-N1 is N - 1,zwischen(2,N1,T),0 is N mod T.
```

In Worten: *N* ist zerlegbar, wenn es eine Zahl *T* zwischen 2 und *N-1* gibt, so dass *N* bei Division durch *T* den Rest 0 läßt.

7) Geben Sie dieses Programm ein, ergänzen Sie die Definition von *zwischen*. Stellen Sie Anfragen:

```
?- zerlegbar(5).
?- zerlegbar(18).
•
```

Bei der letzten Frage bietet das Programm noch mehr Antworten an. Wie kommt das? Verhindern Sie überflüssige Alternativen durch einen Cut.

In Kapitel 6 haben wir bemängelt, dass PROLOG die Addition nicht als mehrfach verwendbares Prädikat *plus(X,Y,S)* anbietet. Ein solches Prädikat können wir selbst schreiben:

```
plus(X,Y,S):- integer(X), integer(Y), S is X+Y.
plus(X,Y,S):- integer(X), integer(S), Y is S - X.
plus(X,Y,S):- integer(Y), integer(S), X is S - Y.
•
```

8) Geben Sie das Programm ein und stellen Sie die Anfragen

□

```
?- plus(3,5,8).
?- plus(3,5,7).
•
```

Die Anfrage *plus(3,5,8)* gelingt mit der ersten Klausel für *plus*, es sind aber noch ungetestete Klauseln in der Datenbasis. Also fragt PROLOG nach, ob weitere Lösungen der Anfrage gewünscht sind, insgesamt gelingt die Anfrage also dreimal. Die Anfrage *plus(3,5,7)* misslingt mit der ersten Klausel von *plus*, PROLOG versucht daher sofort einen weiteren Beweis mit der noch nicht benutzten zweiten Klausel. Dieser schlägt wieder fehl, ebenso der dritte mögliche Beweisversuch. Obwohl bereits der Erfolg bzw. Fehlschlag der ersten Klausel gereicht hätte, verwendet PROLOG auch noch die anderen Klauseln des Prädikats *plus*. Wir können nun mit dem **Cut** verhindern, dass überflüssige Alternativen untersucht werden:

```
plus(X,Y,S):- integer(X), integer(Y), !, S is X+Y.
plus(X,Y,S):- integer(X), integer(S), !, Y is S - X.
plus(X,Y,S):- integer(Y), integer(S), X is S - Y.
•
```

Die Cuts in den Klauseln für *plus* stehen hinter den Überprüfungen. Sie bewirken, dass die erste Klausel, die PROLOG für geeignet zum Beweis eines *plus*-Ziels (wie z. B. *plus(3,5,8)*) findet, beibehalten wird und alternative Klauseln ausgeschlossen werden.

9) Geben Sie das geänderte *plus*-Programm ein und testen Sie es.

Ein weiteres **Beispiel**: Cuts können auch dem Programm aus Kapitel 6 zur Berechnung des Maximums zweier Zahlen hinzugefügt werden. Gelingt **ein** arithmetischer Test, gibt es keine Möglichkeit, dass der andere Test gelingt:

```
maximum(X,Y,X):- X > Y, !.
maximum(X,Y,Y):- X =< Y.
•
```

10) Schreiben Sie entsprechend das Programm für die Berechnung des Minimums zweier Zahlen um.

□

Das Wissen um die Wirkung des Cuts kann in obigem Beispiel den Programmierer verleiten, den zweiten Test wegzulassen, mit der Begründung, dass die zweite Klausel ja nur gewählt wird, wenn die erste nicht zutrifft, also $X =< Y$ ist.

11) Geben Sie das Programm *maximum1* ein:

```
maximum1(X,Y,X):- X > Y, !.
maximum1(X,Y,Y).
```
•

Vergleichen Sie beide Programme mit den Aufrufen:

□

```
?- maximum(5,2,M).          ?- maximum1(5,2,M).
?- maximum(5,2,5).          ?- maximum1(5,2,5).
?- maximum(5,2,2).          ?- maximum1(5,2,2).
```
•

Das Programm *maximum1* ist also nicht nur vom deklarativen Standpunkt aus unleserlich, es ist auch nur noch zur Bestimmung des Maximums zu verwenden, als Testprädikat würde es falsche Ergebnisse liefern. Durch das Weglassen der Bedingung in der zweiten Klausel für *maximum* hat sich die Bedeutung des Prädikats geändert. Solche Verwendungen des Cuts sind abzulehnen.

12) In Kapitel 6 haben Sie das Prädikat *min(Ls,Min)* definiert, das wahr ist, wenn *Min* das kleinste Element in der Liste *Ls* ganzer Zahlen ist. Stellen Sie geeignete Anfragen, um folgende drei Fassungen für dieses Prädikat zu vergleichen.

```
min1([X],X).
min1([K|Rs],M):- min1(Rs,M), M < K.
min1([K|Rs],K):- min1(Rs,M), M >= K.
```
•

```
min2([X],X):- !.
min2([K|Rs],M):- min2(Rs,M), M < K, !.
min2([K|Rs],K):- min2(Rs,M), M >= K.
```
•

```
min3([X],X):- !.
min3([K|Rs],M):- min3(Rs,M), M < K, !.
min3([K|Rs],K).
```
•

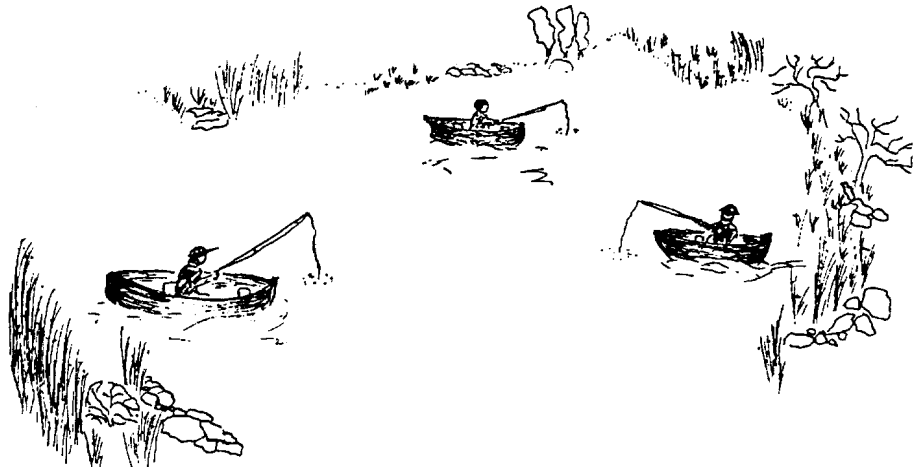
13) Schreiben Sie ein gutes Programm für das Prädikat *max(Ls,Max)*, das wahr ist, wenn *Max* das größte Element der Liste *Ls* ist.

□

Weitere Beispiele für die Verwendung des Cuts finden Sie insbesondere im Kapitel über Primzahlen und über das Sortieren von Listen.

Vertiefungen

A Rätsel



Die drei Jungen Fritz, Hans und Karl rudern mit ihren Booten auf einem See. Die Boote haben die Farben rot, grün und blau. Der Junge im roten Boot ist der Bruder von Fritz, Hans sitzt nicht im grünen Boot, der Junge im grünen Boot hat Streit mit Fritz. Wir suchen jeweils den Namen des Jungen im roten, grünen bzw. blauen Boot.

Dazu schreiben wir die obigen Aussagen in PROLOG auf, wobei wir für die drei unbekannten Namen die Variablen *J_rot*, *J_gruen* und *J_blau* (als Abkürzung für 'Junge im roten Boot', usw.) einführen.

```
junge(fritz).
junge(hans).
junge(karl).
•
loesung(J_rot,J_gruen,J_blau):-
        junge(J_rot), junge(J_gruen), junge(J_blau),
        J_rot\=J_gruen, J_rot\=J_blau, J_gruen\=J_blau,
        J_rot\=fritz, hans\=J_gruen, J_gruen\=fritz.
```

In Worten: Eine Lösung ist gefunden, wenn die drei unbekannten Variablen mit den Namen der Jungen so belegt sind, dass alle drei Variablen verschiedenen Jungennamen zugeordnet sind und die Bedingungen des Rätsels erfüllt sind. Dabei haben wir verwendet, dass der Bruder von Fritz (der Junge im roten Boot) sicher ungleich Fritz ist und dass der Junge im grünen Boot auch ungleich Fritz ist, da er ja Streit mit Fritz hat. Eine Lösung des Rätsels wird angefordert durch die Anfrage

```
?- loesung(J_rot,J_gruen,J_blau).
```

Das Programm arbeitet nach dem Prinzip 'Erzeuge und Überprüfe'. Auf der rechten Seite der Regel für *loesung* erzeugen die ersten drei Teilziele eine Belegung der drei Variablen *J_rot*, *J_gruen* und *J_blau*; alle folgenden Teilziele überprüfen, ob diese Belegung mit den Bedingun-

gen des Rätsels vereinbar ist. Ist dies nicht der Fall, dann werden durch Backtracking andere Belegungen erzeugt. Erst wenn alle Teilziele erfüllt sind, ist eine richtige Lösung gewährleistet.

1) Beim obigen Programm treten zunächst die Teilziele zum Erzeugen auf, anschließend die Teilziele zum Überprüfen. Dies ist sehr übersichtlich, führt aber dazu, dass viele 'offensichtlich falsche' Belegungen erzeugt werden, wie z. B. *J_rot=fritz*, *J_gruen=fritz*, *J_blau=fritz*. Dies kann man verhindern, indem man das Überprüfen soweit wie möglich in das Erzeugen hineinzieht. Ändern Sie die Reihenfolge der Teilziele so ab, dass die überprüfenden Teilziele möglichst früh aufgerufen werden.

2) Alice, Beate, Clementine und Dagmar haben 4 verschiedene Lieblingsfächer (Mathematik, Physik, Chemie, Sport) und 4 verschiedene Hobbies (Tennis, Surfen, Rommee, Schach):
   Alice liebt Physik, die Chemikerin spielt gern Tennis, Beate spielt Schach. Dagmar haßt Sport sowohl in der Schule als auch in der Freizeit.

   Lösen Sie diese Denksportaufgabe zunächst selbst. Lassen Sie dann den Computer die Lösung finden, indem Sie die vier Namen als Konstanten, die Schulfächer und Hobbies als Variablen eines PROLOG-Programms einführen. Die Variable *Ph* bezeichne etwa das Mädchen, das Physik als Lieblingsfach hat. Die erste Bedingung des Rätsels lautet dann

   ```
   alice = Ph.
   ```

   Definieren Sie ein Prädikat *loesung(Ph,Ch,Ma,Sp,Te,Su,Ro,Sc)*, das obiges Rätsel löst. Verwenden Sie die Methode 'Erzeuge und Überprüfe'.

3) Alice, Beate, Clementine und Dagmar treffen sich mit Emil, Fritz, Gustav und Hans. Nachdem sie sich nicht auf eine gemeinsame Unternehmung einigen können, gehen vier Paare (jeweils ein Mädchen und ein Junge) getrennte Wege.

   Alice will in einer Diskothek tanzen, Beate tut sich mit Gustav zusammen, Clementine will Fritz nicht mehr sehen, Hans geht ins Kino, Fritz besucht ein Orgelkonzert, ein Paar geht im Park spazieren.

   Welche Konstanten und welche Variablen wählt man hier? Sind die Namen der Mädchen konstant oder die der Jungen oder die Namen der Unternehmungen? Sie können alle drei Möglichkeiten versuchen. Wenn Sie die erste wählen, haben Sie die Konstanten *alice*, *beate*, *clementine*, *dagmar* und z. B. die Variablen *Ha* und *Or*. Dabei ist dann *Ha* die Variable für das Mädchen, das sich mit Hans zusammentut, *Or* die Variable für das Mädchen, das ein Orgelkonzert besucht.

Auch diese Aufgabe (wie die folgenden) sollten Sie erst selbst lösen, bevor Sie ein PROLOG-Programm schreiben.

4) An einer Bar sitzen (von links nach rechts) Andy, Bernd, Claus und Dan.

   Der Mann im blauen Hemd ist Fußgänger, Dan ist Radfahrer, Bernd sitzt neben dem Autofahrer, der Mann im weißen Hemd sitzt neben dem Radfahrer, der Motorradfahrer sitzt nicht neben dem Radfahrer. Wie heißt der Autofahrer?

   Legen Sie die Angaben, wer neben wem sitzt, als Fakten ab (beachten Sie dabei die Kommutativität), bevor Sie das Prädikat *loesung* formulieren.

5) Die drei Geschäftsleute Maier, Schmidt und Weber von der MSW KG Berlin müssen einmal pro Woche ihre Filialen in Hamburg, Leipzig und Mannheim besuchen. Da mindestens zwei von ihnen in der Zentrale benötigt werden, vereinbaren sie, dass jeweils einer am Montag, Dienstag bzw. Mittwoch eine der drei Filialen besucht. Keiner will zwei mal pro Woche fahren, so dass also jeder genau einmal fahren muss. Nun haben die Herren noch einige Sonderwünsche:

Niemand will montags nach Hamburg.
Maier will nicht dienstags fahren und will nicht nach Mannheim.
Schmidt will nicht montags fahren und will nicht nach Leipzig; außerdem will er mittwochs nicht nach Hamburg.
Weber will nicht mittwochs fahren und will nicht nach Hamburg.

Kann man alle diese Sonderwünsche erfüllen?

Auch folgende Ziffernrätsel können wir nach der Methode 'Erzeuge und Überprüfe' lösen. Machen wir ein Beispiel:

```
 AAL
+AAL
----
FANG
```

Die Buchstaben sollen durch Ziffern ersetzt werden, wobei verschiedenen Buchstaben verschiedene Ziffern entsprechen sollen; und zwar so, dass die Rechnung stimmt.

Das Programm für dieses Rätsel kann etwa so aussehen:

```
ziffer(0).
ziffer(1).
ziffer(2).
ziffer(3).
ziffer(4).
ziffer(5).
ziffer(6).
ziffer(7).
ziffer(8).
ziffer(9).
•
loesung(A,F,G,L,N):-
       ziffer(A),
       ziffer(F), F\=A,
       ziffer(G), G\=A, G\=F,
       ziffer(L), L\=A, L\=F, L\=G,
       ziffer(N), N\=A, N\=F, N\=G, N\=L,
       G is (L+L) mod 10, U1 is (L+L)/10,
       N is (A+A+U1) mod 10, U2 is (A+A+U1)/10,
       A is (A+A+U2) mod 10, U3 is (A+A+U2)/10,
       F is U3.
```

Das Programm erzeugt zunächst eine Belegung aller Variablen mit verschiedenen Ziffern, dann wird überprüft, ob die Bedingungen der Rechnung erfüllt sind. Dazu haben wir noch die Variablen *U1* (Übertrag der Einerstelle), *U2* (Übertrag der Zehnerstelle) und *U3* eingeführt. Es wird solange Backtracking durchgeführt, bis eine Lösung gefunden ist. Das dauert allerdings lange, so dass Sie wahrscheinlich die Geduld verlieren.

Auch hier ist es sinnvoll, die Aufgabe nicht nur dem Computer zu überlassen, sondern auch selbst zu lösen. Auch Sie werden verschiedene Möglichkeiten ausprobieren müssen, nur werden Sie hoffentlich etwas gezielter vorgehen und z. B. ausnützen, dass G durch L eindeutig bestimmt ist. Das obige Programm ist also sehr umständlich, indem es z. B. alle möglichen Belegungen von G und L unabhängig voneinander ausprobiert. Der folgende Vorschlag für *loesung* macht das Programm wesentlich effizienter:

```
loesung(A,F,G,L,N):-
     ziffer(L), G is (L+L) mod 10, G\=L, U1 is (L+L)/10,
```

```
ziffer(A), A\=L, A\=G,
N is (A+A+U1) mod 10, N\=L, N\=G, N\=A,
U2 is (A+A+U1)/10,
A is (A+A+U2) mod 10,
F is (A+A+U2)/10, F\=L, F\=G, F\=A, F\=N.
```

6) Geben Sie die effizientere Fassung des Programms ein und lösen Sie das Zahlenrätsel.

Lösen Sie auch die folgenden Zahlenrätsel

7)		8)		9)		10)	
	BILL		SEND		GAUSS		ABCDEF
+	IRMA	+	MORE	+	RIESE	+	CDEFAB
	Liebe		MONEY		EUKLID		BCDEFA

B Datenbasis-Programmierung

Eine Schülerliste

Wir wollen eine Schülerliste mit folgenden Daten erstellen:

Name, Vorname, Geschlecht, Geburtsjahr, Adresse.

Wir verteilen außerdem eine Schülernummer, anhand derer wir die einzelnen Schüler bequem identifizieren können.

Beispiel:

Die Schülerin Vera Kettner hat die Schülernummer 473, ist weiblich, 1975 geboren und ihre Anschrift ist 69 Heidelberg, Haupstraße 29.

1) Folgende Darstellung für diesen Datensatz enthält Fehler:

```
schueler(473,Kettner,Vera,w,1975,69,Heidelberg,Hauptstr.
29).
```

Diese Darstellung ist korrekt, aber unschön:

```
schueler(473,kettner,vera,w,1975,69,heidelberg,hauptstr_29).
```

Merke:

Wollen Sie Großschreibung verwenden, müssen Sie Wörter, die mit Großbuchstaben beginnen, in Hochkomma einschließen (PROLOG liest sie dann als Konstanten):

□

```
schueler(473,'Kettner','Vera',w,1975,69,'Heidelberg',
'Hauptstr.',29).
```

Die Darstellung der Adresse stört noch. Eigentlich ist die Adresse ein eigenes Prädikat:

```
adresse(6900,'Heidelberg','Hauptstrasse',29).
```

Dieses Prädikat kann nun in das *schueler*-Prädikat 'geschachtelt' werden (man spricht von **strukturierten** Daten):

```
schueler(Schuelernr,Name,Vorname,Geschlecht,Geburtsjahr,
         adresse(PLZ,Ort,Strasse,Nr)).
```

2) Schreiben Sie in dieser Form die PROLOG-Datensätze für

Vera Kettner (s. oben)

Bernd Heuse, Schülernummer 513, männlich, 1977 geboren, wohnhaft in 6909 Walldorf, Kiefernweg 34.

Ute Winkel, Schülernr. 367, weiblich, geboren 1973, mit Wohnung in 6100 Darmstadt, Ludwigstraße 47.

3) Welche Antworten gibt PROLOG nun auf diese Anfragen?

```
?-
schueler(S,Name,Vor,w,Geb,adresse(PLZ,Ort,Strasse,Nr)).
?- schueler(S,Name,Vor,m,Geb,Adresse).
```

Sie stellen fest: Eine Variable kann auch mit einer ganzen **Struktur**, nämlich dem Prädikat *adresse*, instantiiert werden.

Wir nutzen die Möglichkeit, Daten zu strukturieren, noch weiter aus und legen die endgültige Form unseres *schueler*-Pädikats so fest:

```
schueler(Schuelernr,
     name(Name,Vorname),
     geschlecht(G),
     geboren(Jahr),
     adresse(PLZ,Ort,Strasse,Nr)).
```

Unser erstes Beispiel hat dann diese Form:

```
schueler(473,name('Kettner','Vera'),geschlecht(w),
     geboren(1975),adresse(6900,'Heidelberg',
     'Hauptstr.',29)).
```

4) Erstellen Sie die Datensätze für die Schüler aus Aufgabe 2. Welche Antworten erhalten Sie auf die Anfragen:

```
?- schueler(Nr,Name,geschlecht(w),GebJahr,Adresse).
?- schueler(Nr,name('Heuse',V),G,J,A).
?- schueler(Nr,Name,G,geboren(1973),A).
```

Häufig interessiert nicht die volle Information des Datensatzes. Bei folgender Anfrage wollen wir nur die Namen der Schüler aus Heidelberg wissen:

```
?- schueler(_,Name,_,_,adresse(_,'Heidelberg',_,_)).
```

Der Unterstrich ist eine sog. 'anonyme' Variable, er gibt dem System nur Mitteilung über die Stelligkeit der Prädikate *schueler* und *adresse*, beim matchen der Anfrage mit den Datensätzen in der Datenbasis werden anonyme Variable nicht an Konstante gebunden.

5) Geben Sie nachfolgende Datensätze ein oder laden Sie die Datenbasis *schuldat.pro*.

```
schueler(473,name('Kettner','Vera'),geschlecht(w),
 geboren(1975),adresse(6900,'Heidelberg','Hauptstr.',29)).
schueler(513,name('Heuse','Bernd'),geschlecht(m),
 geboren(1977),adresse(6909,'Walldorf','Kiefernweg',34)).
schueler(367,name('Winkel','Ute'),geschlecht(w),
 geboren(1973),adresse(6100,'Darmstadt','Ludwigstr.',47)).
schueler(211,name('Friedrichs','Ariane'),geschlecht(w),
 geboren(1972),adresse(6900,'Heidelberg','Ebertplatz',57)).
schueler(512,name('Lenhardt','Thomas'),geschlecht(m),
 geboren(1977),adresse(6903,'Leimen','St-Ilgener-Str.',18)).
schueler(405,name('Ritter','Juergen'),geschlecht(m),
 geboren(1972),adresse(6909,'Walldorf','Tannenweg',28)).
schueler(509,name('Moog','Ariane'),geschlecht(w),
 geboren(1976),adresse(6909,'Walldorf','Tannenweg',13)).
schueler(489,name('Wieden','Bernd'),geschlecht(m),
 geboren(1976),adresse(6100,'Darmstadt','Mathildenhoehe',56)).
schueler(389,name('Lotz','Tanja'),geschlecht(w),
 geboren(1974),adresse(6800,'Mannheim','Benz-Str.',143)).
schueler(409,name('Bauer','Daniela'),geschlecht(w),
 geboren(1975),adresse(6800,'Mannheim',Casterfeldstr.',342)).
schueler(501,name('Frey','Dirk'),geschlecht(m),
 geboren(1975),adresse(6700,'Ludwigshafen','Haardtstr.',46)).
schueler(519,name('Schindler','Heike'),geschlecht(w),
 geboren(1976),adresse(6800,'Mannheim','Ebert-Str.',79)).
```

6) Welche Mädchen (Name,Vorname) sind in der Liste?

```
?- schueler(_,Name,geschlecht(w),_,_).
```

7) Welche Schüler/innen wohnen nicht in Heidelberg?

```
?- schueler(_,Name,_,_,adresse(_,Ort,_,_)),
     Ort\='Heidelberg'.
```

8) Formulieren Sie Anfragen:

   Welche Schülernummer hat Bernd Wieden?

   In welcher Stadt wohnt Ute Winkel?

   Welche Anschriften haben die Schülerinnen in der Liste?

In der Schülerliste fehlt die Klasse, welche der/die jeweilige Schüler/in besucht. Das ist auch sinnvoll, diese Information ändert sich schließlich jedes Jahr, während die anderen Daten zumeist über die ganze Schulzeit festbleiben. Wir führen daher ein Prädikat *geht_in* ein:

```
/* geht_in(473,klasse('10a')) heißt: SchülerIn
     mit der Nummer 473 geht in Klasse 10a. */
```

9) Ergänzen Sie Ihre Datei:

```
geht_in(473,klasse('10a')).
geht_in(513,klasse('8b')).
geht_in(367,klasse('12b')).
geht_in(211,klasse('12a')).
geht_in(512,klasse('8b')).
geht_in(509,klasse('8a')).
geht_in(489,klasse('8a')).
geht_in(405,klasse('12a')).
geht_in(389,klasse('12a')).
geht_in(409,klasse('10a')).
geht_in(501,klasse('10a')).
geht_in(519,klasse('8b')).
•
```

10) In welche Klasse geht Vera Kettner?

    □

    Welche Schüler besuchen die 8a (Name, Vorname)?

    Suchen Sie die Adressen aller Schülerinnen der 8. Klassen.

11) Welche Schüler sind älter als 15 Jahre (bezogen auf das Jahr 1991)?

    Wir definieren ein Prädikat

```
alter(Nr,Alter):-schueler(Nr,_,_,geboren(J),_),Alter is 1991
-J.
```

12) Formulieren Sie nun die Anfrage zur Lösung von Aufgabe 11 unter Verwendung des Prädikats *alter*.

13) Wie alt sind die Schüler der Klasse 8a?

Eine Bibliotheksdatei

Die Schülerbücherei wird auf EDV umgestellt. Der Bestand muss in einer Datei festgehalten werden. Um jedes Buch zu beschreiben wählen wir ein Prädikat

```
buch(Inventarnummer,autor(Name,Vorname),Titel)
```

14) Wir geben folgende Datenbasis ein oder laden die Datei *buecher.pro*.

```
buch(637,autor('Bradley','Marion Zimmer'),'Die Nebel von
     Avalon').
buch(645,autor('Dahl','Roald'),'Küßchen, Küßchen !').
buch(712,autor('Eco','Umberto'),'Der Name der Rose').
buch(789,autor('Ende','Michael'),'Momo').
buch(812,autor('Wolf','Christa'),'Der geteilte Himmel').
buch(867,autor('Lessing','Doris'),'Das goldene Notizbuch').
buch(880,autor('Mann', 'Thomas'),'Doktor Faustus').
buch(889,autor('Mann','Heinrich'),'Der Untertan').
buch(912,autor('Pausewang','Gudrun'),'Die Wolke').
buch(1015,autor('Hofstadter','Douglas R.'),
     'Gödel,Escher,Bach').
buch(1120,autor('Göhner/Hafenbrak','Hartmut, Bernd'),
     'Arbeitsbuch PROLOG').
buch(1217,autor('Huxley','Aldous'),'Brave New World').
buch(1226,autor('Lem','Stanislaw'),'Solaris').
buch(1227,autor('Lem','Stanislaw'),'Der Unbesiegbare').
buch(1338,autor('Engelmann','Bernt'),
     'Einig gegen Recht und Freiheit').
buch(1436,autor('Gerstäcker','Friedrich'),
     'Unter dem Äquator').
buch(1478,autor('London','Jack'),'König Alkohol').
buch(1567,autor('Christie','Agatha'),'Tod auf dem Nil').
buch(1587,autor('Highsmith','Patricia'),'Ripley
     underground').
buch(1572,autor('Dürrenmatt','Friedrich'),
     'Der Richter und sein Henker').
```

15) Stellen Sie Anfragen:

Welche Bücher von Thomas Mann sind in der Bibliothek?

Sind Bücher von Günter Grass in der Bücherei?

Wie heißt der Autor von 'Solaris'?

16) Wir teilen den Buchbestand nach Sachgebieten ein: Belletristik, Science Fiction, Fantasy, Jugendbuch, Abenteuer, Kriminalroman, Gesellschaftskritik. Wir verwenden ein Prädikat

```
gebiet(Inventarnummer,Gebiet).
```

Nachstehende Daten wurden bereits mit der Datei *buecher.pro* geladen. Listen Sie mit

```
?- listing(gebiet).
```

bzw. geben Sie die Daten ein.

□

```
gebiet(637,'Fantasy').
gebiet(789,'Fantasy').
gebiet(645,'Belletristik').
gebiet(712,'Belletristik').
```

```
gebiet(812,'Belletristik').
gebiet(867,'Belletristik').
gebiet(880,'Belletristik').
gebiet(889,'Belletristik').
gebiet(912,'Jugendbuch').
gebiet(1015,'Sach/Lehrbuch').
gebiet(1120,'Sach/Lehrbuch').
gebiet(1226,'Science Fiction').
gebiet(1227,'Science Fiction').
gebiet(1217,'Gesellschaftskritik').
gebiet(1338,'Gesellschaftskritik').
gebiet(1436,'Abenteuer').
gebiet(1478,'Abenteuer').
gebiet(1567,'Kriminalroman').
gebiet(1572,'Kriminalroman').
gebiet(1587,'Kriminalroman').
```

17) Stellen Sie Anfragen:

Welche Abenteuerbücher sind im Buchbestand?

Welche Autoren schreiben gesellschaftskritische Bücher?

Die Verwaltung einer Bibliothek interessieren solche Fragen:

Welches Buch ist entliehen?

Wer hat ein bestimmtes Buch entliehen?

Müssen Bücher wegen Überschreitung der Leihfrist gemahnt werden?

Die Daten, die zur Beantwortung solcher Fragen notwendig sind, halten wir in einem Prädikat *ausgeliehen* fest:

```
ausgeliehen(Inventarnummer,
     Schuelernummer,
     Ausleihdatum,
     Rueckgabedatum).
```

Da das Rechnen mit Datumsangaben mühselig ist, halten wir Ausleih- und Rückgabedatum als natürliche Zahlen fest: So steht etwa 42 für den 42. Tag des Jahres, also den 11. Februar. Eine 0 im Rückgabedatum bedeutet, dass das Buch noch entliehen ist.

Die Datei *buecher.pro* enthält bereits Ausleihedaten:

```
ausgeliehen(637,367,109,0).
ausgeliehen(880,211,72,101).
ausgeliehen(812,473,34,56).
ausgeliehen(889,409,69,0).
ausgeliehen(712,489,62,89).
ausgeliehen(912,519,83,0).
ausgeliehen(1478,512,60,0).
ausgeliehen(1567,501,91,0).
ausgeliehen(1436,512,60,0).
ausgeliehen(1572,501,91,0).
ausgeliehen(645,509,78,101).
ausgeliehen(789,519,68,0).
```

18) Wie kann man herausbekommen, ob 'Momo' gerade entliehen ist?

19) Sind die Bücher von Stanislaw Lem entliehen?

Alle diese Anfragen lassen sich leichter beantworten, wenn wir eine Regel für *entliehen(Autor,Titel)* formulieren.

```
entliehen(Autor,Titel):-
     ausgeliehen(Inventarnr,_,_,0),
     buch(Inventarnr,Autor,Titel).
```

20) Wiederholen Sie die Anfragen von Aufgabe 18 und 19.

Welche Antworten erhält man auf die Anfragen

```
?- entliehen(X,'Doktor Faustus').
?- entliehen(X,'Die Wolke').
?- entliehen(autor('Mann',Vorname),Titel).
?- entliehen(X,Y).
```

21) Sie möchten wissen, welche Abenteuerbücher entliehen sind.

Überfällige Bücher sollen gemahnt werden. Das Prädikat *wird_gemahnt* muss das Mahndatum (*Heute*), den Entleiher und das zu mahnende Buch enthalten. Gemahnt werden nur Bücher, die noch entliehen sind (also eine 0 im Rückgabedatum tragen) und deren Ausleihdatum mehr als 30 Tage gegen *Heute* zurückliegt. Über das Prädikat *ausgeliehen* sind die Schülerdatei und die Buchdatei verknüpft. Wir müssen dafür sorgen, dass PROLOG auch auf die Schülerdatei zugreifen kann. Falls diese nicht mehr im Arbeitsspeicher ist, laden wir sie dazu mit *consult(schuldat)*.

```
wird_gemahnt(Heute,Name,Autor,Titel):-
      ausgeliehen(Inventarnr,Schuelernr,Ausleihdatum,0),
      Heute > Ausleihdatum + 30,
      schueler(Schuelernr,Name,_,_,_),
      buch(Inventarnr,Autor,Titel).
```

Bei Aufruf von *wird_gemahnt* muss *Heute* gebunden sein. **Beispiel**:

```
?- wird_gemahnt(112,N,A,T).
```

liefert alle Mahnungen, die am 112. Tag des Jahres fällig sind.

22) Wir wollen auch die Adresse der säumigen Schüler wissen. Ändern Sie das Prädikat *wird_gemahnt* entsprechend ab.

23) Definieren Sie ein Prädikat hat_entliehen(Schuelername,Autor,Titel).

24) Welche Bücher hat Thomas Lenhardt entliehen?

Wer hat 'Die Wolke' entliehen?

Wer hat Bücher von Jack London entliehen?

Wer hat Kriminalromane entliehen?

Anhand der Einteilung der Bücher in Sachgebiete und der Ausleihdatei können wir nun die Interessengebiete der Schüler finden:

```
interessiert_fuer(Name,Gebiet):-
       schueler(Schuelernr,Name,_,_,_),
       ausgeliehen(Buchnr,Schuelernr,_,_),
       gebiet(Buchnr,Gebiet).
```

25) Welches sind die Interessen von Vera Kettner?

Wer interessiert sich alles für Gesellschaftskritik?

26) Schreiben Sie Prädikate
weibliche_interessen(Gebiet) und *maennliche_interessen(Gebiet)*.

Sie erkennen: Die Verknüpfung von Dateien, die einzeln ganz harmlose und auch notwendige Daten enthalten, kann missbraucht werden, etwa um 'Persönlichkeitsprofile' zu erstellen. Die Datenschutzgesetzgebung soll dies verhindern. So dürfen Bibliotheken ihre Ausleihdaten nicht über den Rückgabezeitpunkt der Bücher hinaus speichern bzw. müssen die Daten danach anonymisieren. Der Rektor einer Schule darf seine Schülerdatei nur für Zwecke der Verwaltung verwenden usw.

C Logische Grundlagen der Arithmetik

Was sind eigentlich (natürliche) Zahlen und wie kommt man zum Rechnen mit diesen? Sicher nicht zufällig haben das Wort 'Zahl' und der Vorgang des 'Zählens' dieselbe sprachliche Gestalt. Zählen aber heißt einfach eine Reihe bilden: eins, zwei, drei, ...

Die bekannte römische Zahlenschreibweise erinnert an eine sehr ursprüngliche Auffassung: Zahlen sind Namen für besonders einfache Reihen, nämlich für Strichlisten!

Strichliste	römisches Zahlsymbol
|	I
||	II
|||	III

Für längere Strichlisten führt man zur besseren Lesbarkeit neue Symbole ein. Wahrscheinlich ist das römische Zahlsymbol V nur ein Stenogramm für ┼┼┼┼.

Ein so einfacher wie grundlegender Gedanke ist nun dieser: Fügen wir zu einer Strichliste Ls einen weiteren Strich hinzu, erhalten wir wieder eine Strichliste, die Nachfolgeliste von Ls. Unsere intuitive Vorstellung von Strichlisten sagt uns: Jede Strichliste erhalten wir aus der einfachsten Strichliste, nämlich |, durch wiederholtes Anwenden dieser 'Nachfolgebeziehung'.

Die geschilderte Auffassung des Begriffs 'natürliche Zahl' lässt sich nun in PROLOG einfach realisieren: Wir notieren Strichlisten als wirkliche Listen, wobei wir als Grundelement den Buchstaben i verwenden, der etwas an einen Strich erinnert. Damit haben wir die Definition:

```
zahl([i]).
zahl([i|X]):- zahl(X).
```

Das Faktum unseres kleinen Programms besagt, dass die Liste mit nur einem Strich eine Strichliste (natürliche Zahl) ist. Die rekursive Klausel drückt genau aus, dass durch Anhängen eines Strichs an eine Strichliste wieder eine Strichliste entsteht.

1) Was leistet unser Programm? Stellen Sie Anfragen:

```
?- zahl([i,i,i]).
?- zahl(X).
?- zahl(4).
```

Die natürlichen Zahlen haben eine 'natürliche' Ordnung: | ist 'kleiner als' |||| auf eine sehr naheliegende Art. Wir führen entsprechend eine Relation *kleiner(X,Y)* ein, die gelten soll, wenn die Strichliste X weniger Striche hat als die Strichliste Y:

```
kleiner([i],[i|X]):- zahl(X).
kleiner([i|X],[i|Y]):- kleiner(X,Y).
```

2) Stellen Sie Anfragen:

```
?- kleiner([i,i],[i,i,i,i]).
?- kleiner([i,i],[i,i]).
?- kleiner(X,[i,i,i]).
?- kleiner([i,i,i],X).
?- kleiner(X,Y).
```

3) Wieviel Schritte braucht der Beweis für *kleiner([i,i],[i,i,i,i])*, wieviel Schritte der Beweis für *kleiner([i,i,i,i,i,i],[i,i,i,i,i,i,i,i])*?

4) Definieren Sie eine Relation *kleinergleich(X,Y)*.

Definieren Sie die Relation *groesser(X,Y)*.

Wie kann man nun mit unseren Zahlen rechnen? Als erstes wollen wir die Addition zweier natürlicher Zahlen erklären:

```
plus(X,[i],[i|X]):- zahl(X).
plus(X,[i|Y],[i|Z]):- plus(X,Y,Z).
```

Die erste Regel besagt, dass das Addieren der Liste mit nur einem Strich (der 'Eins') jede Strichliste in ihre Nachfolgeliste überführt. Die zweite Regel drückt aus, dass die Summe einer Zahl X und des Nachfolgers einer Zahl Y gerade der Nachfolger der Summe von X und Y ist. In Listensprechweise: die Nachfolgeliste einer Liste Y an eine Liste X gehängt, gibt gerade die Nachfolgeliste der Aneinanderreihung der Strichlisten X und Y.

5) Lösen Sie 'von Hand' die Aufgabe *plus([i,i,i],[i,i],S)*.

Wir haben die Addition als Relation erklärt, der Vorteil ist, dass wir dasselbe Programm für verschiedene Anfragen verwenden können. Die Anfrage

```
?- plus([i,i],[i,i],S)
```

berechnet die Summe von 2 und 2. Das Programm kann aber ebenso zur Subtraktion verwendet werden.

6) Welche Antworten erhalten Sie auf die Anfragen:

```
?- plus([i,i],[i,i,i],S).
?- plus(X,[i,i],[i,i,i,i,i]).
?- plus([i],X,[i,i,i].
?- plus([i,i],[i,i,i],[i,i,i]).
?- plus([i,i],[i,i,i],[i,i,i,i,i]).
?- plus(X,Y,[i,i,i,i]).
?- plus(X,X,[i,i,i,i,i,i]).
?- plus(X,Y,Z).
```

7) Formulieren Sie die zur Subtraktionsaufgabe '6 - 2' passende Anfrage mit Strichlisten.

8) Definieren Sie Prädikate *gerade(X)* und *ungerade(X)* zur Bestimmung, ob eine natürliche Zahl gerade oder ungerade ist.

9) Welche Antworten erhalten Sie auf die Anfragen:

```
?- plus(X,Y,[i,i,i,i,i,i]), gerade(X), gerade(Y).
?- plus(X,Y,[i,i,i,i,i,i]), ungerade(X), ungerade(Y).
```

10) Sie können den Strichlisten die üblichen Namen geben. Fügen Sie Ihren Programmen eine Reihe solcher Fakten hinzu:

```
zeichen([i],1).
zeichen([i,i],2).
zeichen([i,i,i],3).
...
```

Definieren Sie nun eine Relation *plusz(X,Y,Z)*, wobei *X*, *Y* und *Z* jetzt Variable für die gewöhnlichen Zahlnamen sein sollen. Sie können nun Anfragen stellen wie *?- plusz(2,3,X).*

11) Statt mit Strichlisten können wir den Begriff 'natürliche Zahl' auch folgendermaßen fundieren: Wir haben das Symbol 1 und die Nachfolgefunktion *n*. Alle natürlichen Zahlen sind dann rekursiv gegeben durch *1, n(1), n(n(1)), n(n(n(1))), ...* . Formulieren Sie die Programme dieses Abschnitts für diese Notation.

Für das vertraute Rechnen mit natürlichen Zahlen fehlt noch die Multiplikation. Diese ist ja bekanntlich als wiederholte Addition erklärt. Wie können wir diese Definition exakt fassen? Wieder hilft die Rekursion, wie wir uns an einem einfachen Beispiel klarmachen:

Wie berechnen wir 3*7? Nun, wenn wir wissen was 2*7 ist, addieren wir zu diesem Ergebnis einfach 7 hinzu. Und was ist 2*7? Nun, eben 1*7 + 7 und 1*7 setzen wir gleich 7. Allgemein: Wenn wir wissen, was X*Y ist, so setzen wir (X+1)*Y = X*Y + Y, als Rekursionsausstieg dient die Beziehung 1*Y = Y für jede Zahl Y. In unserer Relationsschreibweise:

```
mal([i],Y,Y):- zahl(Y).
mal([i|X],Y,Z):- mal(X,Y,W), plus(W,Y,Z).
```

12) Testen Sie unser Programm mit den Anfragen:

```
?- mal([i,i],[i,i,i],P).
?- mal([i,i,i,i],[i,i,i],P).
?- mal(X,[i,i],[i,i,i,i,i,i]).
?- mal([i,i,i],Y,[i,i,i,i,i,i]).
```

Unser Programm scheint also wieder mehrfach verwendbar zu sein: Neben der Berechnung des Produkts auch zu der des Quotienten.

13) Auf die Anfrage

```
?- mal(X,Y,Z).
```

erhalten Sie der Reihe nach die Antworten:

```
X=[i], Y=[i], Z=[i]
X=[i], Y=[i,i], Z=[i,i]
X=[i], Y=[i,i,i], Z=[i,i,i] usw.
```

Begründen Sie dies.

14) Suchen Sie die multiplikativen Zerlegungen einer Zahl, z. B.:

```
?- mal(X,Y,[i,i,i,i,i,i]).
```

Wir haben uns inzwischen an die mehrfache Verwendbarkeit unserer PROLOG-Prädikate schon so gewöhnt, dass die Antworten auf die letzte Anfrage (nach allen multiplikativen Zerlegungen von 6) uns sehr enttäuschen. Es werden nur die Zerlegungen 1*6 und 2*3 gefunden und anschließend gerät das System offenbar in eine Endlosschleife. Die Analyse dieses 'Versagens' ist sehr aufschlussreich, weist sie doch auf die Unterschiede zwischen der 'reinen' Logik und PROLOG hin. Als sequentiell arbeitende Sprache unterliegt PROLOG eben gewissen Beschränkungen. Verfolgen wir also den Aufruf

```
?- mal(X,Y,[i,i,i,i,i,i]).
```

Als erstes wird der Aufruf mit dem Faktum unseres Multiplikationsprogramms gematcht. Lösung: *X=[i]*, *Y=[i,i,i,i,i,i]*.

Bei der Suche nach alternativen Lösungen benutzt PROLOG jetzt die 2. Klausel, setzt also *X=[i|X1]*, und versucht nun das Ziel *mal(X1,Y,W)* zu beweisen. Beachten Sie, dass alle drei Variable nun frei sind, denn die logisch gegebene Anforderung an *W* und *Y* im nächsten Ziel (nämlich W + Y = 6), 'weiß' PROLOG ja im Moment gar nicht. Bei Aufgabe 13 haben Sie festgestellt, dass PROLOG für den Aufruf *mal(X1,Y,W)* nur die Lösungen

```
X1=[i], Y = W = [i], [i,i], [i,i,i], [i,i,i,i], ..
```

usw. findet. Das anschließende Ziel *plus(W,Y,[i,i,i,i,i,i])* wird für *W = Y = [i,i,i]* erfüllt, was die Ausgabe

```
X = [i|X1] = [i,i], Y = [i,i,i]
```

ergibt.

Soll das System noch weitere Lösungen suchen, kehrt es wieder zum Ziel *mal(X1,Y,W)* zurück, für die es nun die Lösung *X1=[i], Y = W = [i,i,i,i]* , *X1= [i], Y = W = [i,i,i,i,i]* usw. erbringt, die aber alle vom anschließenden *plus*-Ziel verworfen werden. PROLOG hängt nun in einer Endlosschleife.

15) Bestätigen Sie die Analyse, indem Sie der zweiten *mal*-Klausel folgende Ausgabeanweisungen hinzufügen:

```
mal([i|X],Y,Z):-    mal(X,Y,W),
     write(X), tab(2), write(Y),
     tab(2), write(W), nl,
     plus(W,Y,Z).
```

(Das Prädikat *write(X)* schreibt die Belegung von *X* auf den Bildschirm, das Prädikat *tab(N)* rückt den Schreibkopf um *N* Positionen nach rechts.)

Die Ursache für das Versagen ist leicht zu beheben; wir vertauschen in der zweiten Klausel das *mal*-Ziel und das *plus*-Ziel:

```
mal([i|X],Y,Z):- plus(W,Y,Z), mal(X,Y,W).
```

Beim Aufruf *mal(X,Y,[i,i,i,i,i,i])* werden jetzt zuerst alle additiven Zerlegungen von 6 gesucht, W und Y damit an bestimmte Werte gebunden und dann geprüft, ob sich mit diesen Werten das *mal*-Ziel erfüllen lässt. Das geänderte Programm ist nun gut für die Division geeignet, weniger aber für die Multiplikation.

16) Bestätigen Sie die mehrfache Verwendbarkeit des neuen *mal*-Programms. Wie reagiert das alte Programm, wie das neue, wenn eine Division nicht aufgeht, z. B. in der Anfrage

```
?- mal(X,[i,i],[i,i,i]).
```

17) Schreiben Sie alle Programme dieses Abschnitts neu, indem Sie die natürlichen Zahlen mit der Null, der leeren Strichliste, beginnen lassen.

18) Definieren Sie eine Relation *exp(Basis, Exponent, Potenz)*, es soll also z. B. gelten

```
exp([i,i],[i,i,i],[i,i,i,i,i,i,i,i]).
```

Hinweis: Das Potenzieren ist ein wiederholtes Multiplizieren. Das Programm ist also dem Programm für die Multiplikation analog, wobei nur *plus* durch *mal* zu ersetzen ist. Der grundlegende Fakt ist die Beziehung $X^1 = X$ für alle Zahlen X.

D Primzahlen

PROLOG wurde nicht entworfen, um numerische Probleme zu lösen. Wir behandeln trotzdem Beispiele aus der elementaren Zahlentheorie, weil an diesen bekannten Themen einige Besonderheiten von PROLOG schön gezeigt werden können.

Prüfung auf Primzahleigenschaft

Eine natürliche Zahl ist eine Primzahl, wenn sie nicht zerlegbar ist. Diese Definition führt sofort zu einem PROLOG-Programm:

```
prim(N):- zahl(N), N>1, not zerlegbar(N).
```

Um das Ziel *prim(N)* zu erfüllen, muss PROLOG nun die drei Ziele im Rumpf der Klausel erfüllen.

Um zu erklären, was eine Zahl ist, stellen wir uns einfach eine Liste von Fakten vor:

```
zahl(1).
zahl(2).
...
zahl(11).
zahl(12).
```

Eine Zahl N heißt zerlegbar, wenn es eine Zahl Z zwischen 1 und N (jeweils ausgeschlossen) gibt, die N teilt. Diese Definition lässt sich sofort in ein Programm umsetzen:

```
zerlegbar(N):- zahl(Z), Z>1, Z<N, 0 is N mod Z.
```

1) Geben Sie obiges Programm ein oder laden Sie es von der Diskette[2]. Welche Antworten erhalten Sie auf die folgende Anfragen:

```
?- prim(2).
?- prim(7).
?- prim(4).
?- prim(N).
```

Anmerkung: A.D.A.-PROLOG gibt bei der letzten Anfrage nur *yes* aus, nicht aber die Belegung von *N*. Durch Hinzufügen des Ziels *N=N* erzwingen Sie diese Ausgabe.

Der Mangel unseres Programms ist offensichtlich; es kann nur im Bereich von 1 bis 12 Zahlen auf Primzahleigenschaft testen bzw. Primzahlen erzeugen. Um von dieser Beschränkung loszukommen, müssen wir überlegen, wie wir sagen wollen, was eine natürliche Zahl ist. Es ist doch so: Die natürlichen Zahlen beginnen mit der 1 und folgen dann wie Perlen auf einer Schnur: 1, 1+1, 1+1+1, ... , wobei eine nachfolgende 'Perle' aus der vorhergehenden durch Addition von 1 hervorgeht:

```
zahl(1).
zahl(N):- zahl(M), N is M+1.
```

2) Testen Sie dieses Programm mit:

```
?- zahl(3).
?- zahl(4).
?- zahl(N).
```

[2] Die Programme finden Sie ...

3) Mathematisch korrekt ist auch diese Überlegung:

   1 ist eine natürliche Zahl und N>1 ist eine natürliche Zahl, sofern N-1 eine natürliche Zahl ist. Schreiben Sie das entsprechende PROLOG-Programm und testen Sie es. Ist es zu obigem Programm gleichwertig?

Mit dem neuen Prädikat *zahl* haben wir potentiell die unendlich vielen natürlichen Zahlen zur Verfügung. Wir passen auch das Prädikat *zerlegbar* dieser Situation an, indem wir nicht zuerst beliebige Zahlen erzeugen und dann nachträglich schauen, ob sie zwischen 2 und N-1 liegen. In Kapitel 6 haben wir das Prädikat *zwischen(A,B,C)* definiert, welches beim Aufruf mit gebundenen Variablen A und B alle Zahlen C zwischen A und B erzeugt.

```
zerlegbar(N):- N1 is N - 1,zwischen(2,N1,Z),0 is N mod Z.
```

4) Testen Sie das Programm mit den Anfragen:

   a) `?- prim(2).`
   b) `?- prim(7).`
   c) `?- prim(N).`
   d) `?- prim(4).`

Zu Ihrer Überraschung stellen Sie fest, dass zwar 2, 3, 5, usw. richtig als Primzahlen erkannt werden, dass das Prädikat *prim* auch zur Erzeugung von Primzahlen verwendet werden kann, dass es aber offensichtlich versagt, wenn es auf zusammengesetzte Zahlen angewendet wird. Woran liegt das?

Um z. B. *prim(4)* zu beweisen, wird zuerst das Ziel *zahl(4)* erfolgreich bewiesen, dann scheitert das Ziel *not teilbar(4)*. Es findet Backtracking statt, das System versucht noch einmal das Ziel *zahl(4)* zu beweisen: *zahl(4):- zahl(M), 4 is M+1.* Die beim ersten Beweis für *zahl(4)* gefundene Bindung von M an 3 wird aufgehoben und das System versucht weitere Beweise für *zahl(4)* zu suchen, d. h. jetzt 4 als Nachfolger von 4, von 5, von 6 usw. nachzuweisen und läuft so ins Leere.

5) Bestätigen Sie diese Analyse, indem Sie *write*-Anweisungen in das Programm aufnehmen und dann die Anfrage *?- prim(4).* stellen.

Das unerwünschte Backtracking nach Scheitern von *not zerlegbar(N)* verhindern wir durch einen Cut. (Wir erinnern uns: Ziele vor dem Cut stehen für das Backtracking nicht mehr zur Verfügung.)

```
prim(N):-zahl(N), N>1, !, not zerlegbar(N).
```

6) Testen Sie die so geänderte Klausel *prim*.

7) Stellen Sie die Anfragen:

```
?- zerlegbar(7).
?- zerlegbar(36).
```

Bei der ersten Anfrage (*?- zerlegbar(7).*) antwortet das System mit *no*, bei der zweiten Anfrage (*?- zerlegbar(36).*) mit *yes*, fragt dann aber überflüssigerweise, ob Sie noch weitere Lösungen wünschen. Jeder (echte) Teiler von 36 gibt eine weitere Antwort, die uns aber überhaupt nicht mehr interessiert. Wieder sorgt ein Cut, jetzt am Ende der Klausel von *zerlegbar*, dafür, dass keine weitere Lösung gesucht wird.

```
zerlegbar(N):- N1 is N - 1, zwischen(2,N1,Z),
     0 is N mod Z, !.
```

8) Vergleichen Sie die beiden Programme für *zerlegbar*.

Effiziente Prüfprädikate auf Primzahleigenschaft

Unser Programm ist sehr ineffizient, wenn wir damit größere Zahlen auf Primzahleigenschaft überprüfen. Wir verzichten daher auf die Möglichkeit der Erzeugung von Primzahlen und begnügen uns mit der Testfunktion. Dann reicht dieses einfache Programm:

```
prim(N):- not zerlegbar(N).
zerlegbar(N):-N1 is N - 1,zwischen(2,N1,Z),0 is N mod Z.
zwischen(A,B,A):- A =< B.
zwischen(A,B,C):- A < B, A1 is A + 1, zwischen(A1,B,C).
```

9) Vergleichen Sie die beiden Programme mit der Anfrage

```
?- prim(31).
```

Nun brauchen wir uns gar nicht vergewissern, dass **alle** Zahlen zwischen 2 und N-1 keine Teiler von N sind, es genügt, wenn wir diese Prüfung für alle Zahlen von 2 bis zur ersten Zahl W durchführen, deren Quadrat größer als N ist. Wir verwenden das Prädikat *keine_teiler(A,B)* das zutrifft, wenn B keine Teiler zwischen A und sqr(B) besitzt. Die erste Klausel dieses Prädikats prüft, ob A einer der möglichen Teilerkandidaten ist (also A*A=<B) und ob A kein Teiler von B ist. Anschließend ruft sich dieses Prädikat rekursiv selbst auf mit A+1 anstelle von A. Der rekursive Aufruf endet, wenn A*A > B. Somit ist *keine_teiler(2,N)* wahr, wenn N keine Teiler zwischen 2 und der ersten Zahl A mit A*A>N hat, d. h. wenn N prim ist.

Hier nun das vollständige Programm:

```
prim(2).
prim(N):- N > 2, keine_teiler(2,N).
keine_teiler(A,B):- A*A =< B, 0 < B mod A, A1 is A+1,
                    keine_teiler(A1,B).
keine_teiler(A,B):- A*A > B.
```

10) Warum benötigen wir in diesem Programm das Faktum *prim(2).* ?

11) Wann scheitert das Ziel *keine_teiler(A,B)* ?

12) Stellen Sie fest, ob 101, 103, 107, 109, 111 Primzahlen sind.

13) Für welche Zahlen N trifft das Prädikat *keine_teiler(3,N)* zu?

14) Das Programm läßt sich noch optimieren: Wir testen die Teilbarkeit von N durch 2 getrennt und danach nur die ungeraden Zahlen ab 3. Ändern Sie das Programm entsprechend.

Primzahlen zwischen zwei Grenzen

Wir schreiben eine Prozedur *primzahlen(L,R)*, die uns alle Primzahlen zwischen zwei Grenzen L und R ausgibt. Dabei verwenden wir das in Aufgabe 14 gewonnene effiziente Prüfprädikat *prim*. Einfachheitshalber setzen wir voraus, dass die Prozedur nur mit ungeradem Wert für L aufgerufen wird.

Folgende Fälle sind zu unterscheiden:

(1) Es ist L kleinergleich R und L prim. Dann drucken wir L aus und die Prozedur wird für L+2 und R rekursiv aufgerufen.

(2) Es ist L kleinergleich R aber keine Primzahl. Dann wird die Prozedur für L+2 und R aufgerufen.

(3) Es ist L größer als R. Dann brechen wir ab.

```
primzahlen(L,R):- L =< R, prim(L), write(L), tab(1),
                  L1 is L+2, primzahlen(L1,R).
primzahlen(L,R):- L =< R, not prim(L), L1 is L+2,
                  primzahlen(L1,R).
primzahlen(L,R):- L > R.
```

Zur Erinnerung: Das Prädikat *write(X)* schreibt den Term X auf den Bildschirm, das Prädikat *tab(N)* rückt den Schreibkopf um *N* Positionen nach rechts.

15) Testen Sie die Prozedur mit einer geeigneten Anfrage.

16) Ist die erste Klausel von *primzahlen(L,R)* fehlgeschlagen, wissen wir, dass L keine Primzahl ist. Die nächste Klausel wird vom System gewählt und der Test auf Primzahleigenschaft (nur in der verneinten Form) noch einmal durchgeführt. Dies ist für große Zahlen ineffizient. Ersetzen Sie die explizite Bedingung *not prim(L)* in der zweiten Klausel durch geeignete Cuts, die dafür sorgen, dass bei jedem Prozeduraufruf genau eine der drei Klauseln gewählt wird. Was spricht gegen das so geänderte Programm?

17) Ändern und ergänzen Sie die Prozedur *primzahlen(L,R)* so, dass die Beschränkung auf ungerades *L* beim Aufruf entfällt.

Das Sieb des Eratosthenes

Nach dem griechischen Philosophen und Mathematiker Eratosthenes (3. Jh. v. Chr.) ist das folgende Verfahren benannt, das die Primzahlen zwischen 1 und einer beliebigen Zahl N bestimmt:

1. Schreibe alle Zahlen von 2 bis N auf.
2. Markiere die 2 und streiche alle echten Vielfachen von 2 aus.
3. Solange das Quadrat der ersten nicht markierten Zahl kleiner als N ist, markiere diese Zahl und streiche alle ihre echten Vielfachen aus.

Es bleiben die Primzahlen zwischen 2 und N stehen.

Beispiel für N = 30:

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ 9 ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ 15 ~~16~~ 17 ~~18~~ 19 ~~20~~ 21 ~~22~~ 23 ~~24~~ 25 ~~26~~ 27 ~~28~~ 29 ~~30~~
2 3 5 7 ~~9~~ 11 13 ~~15~~ 17 19 ~~21~~ 23 25 ~~27~~ 29
2 3 5 7 11 13 17 19 23 ~~25~~ 29
2 3 5 7 11 13 17 19 23 29

```
/* primsieb(N,Ps) heißt:  Ps ist die Liste der Prim-zahlen
zwischen 2 und N */
primsieb(N,Ps):- abschnitt(2,N,Zs), gesiebt(N,Zs,Ps).
/* abschnitt(2,N,Zs) heißt:  Zs ist die Liste der ganzen
Zahlen zwischen 2 und N  */
abschnitt(A,A,[A]).
abschnitt(A,B,[A|Zs]):- A < B, A1 is A+1,
                        abschnitt(A1,B,Zs).
/* gesiebt(N,Zs,Ps) heißt:  Ps ist die nach dem
Eratosthenes-Verfahren aus Zs ausgesiebte Liste */
gesiebt(N,[X|Xs],[X|Zs]):- X*X < N,
                           ohne_vielfache(X,Xs,Ys),
                           gesiebt(N,Ys,Zs).
gesiebt(N,[X|Xs],[X|Xs]):- X*X >= N.
/* ohne_vielfache(X,Xs,Ys) heißt:  Ys geht aus der Liste Xs
durch Streichen der Vielfachen von X hervor */
```

```
ohne_vielfache(X,[],[]).
ohne_vielfache(X,[Y|Ys],Zs):- 0 is Y mod X,
                              ohne_vielfache(X,Ys,Zs).
ohne_vielfache(X,[Y|Ys],[Y|Zs]):- 0 < Y mod X,
                                  ohne_vielfache(X,Ys,Zs).
```

18) Geben Sie das Programm ein oder laden Sie es von der Diskette. Testen Sie die einzelnen Prozeduren:

```
?- abschnitt(5,30,Zs).
?- ohne_vielfache(2,[3,4,5,6,7,8,9,10],Ls).
?- gesiebt(15,[3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15],Ls).
?- primsieb(100,Ps).
```

19) Verbessern Sie das Siebverfahren:

```
primsieb(N,[2|Ps]):- abschnittu(3,N,Us), gesiebt(N,Us,Ps).

/* abschnittu(3,N,Us) heißt:  Us ist die Liste der ungeraden
Zahlen zwischen 3 und N */
```

Definieren Sie ein geeignetes Prädikat *abschnittu(A,B,Ls).*

E Sortierverfahren

Sortierverfahren gehören zum klassischen Bestand der Informatik. Die Grundideen einiger Verfahren lassen sich in PROLOG elegant ausdrücken. Einfachheitshalber beschränken wir uns auf das Sortieren von Zahlenlisten. Wir werden die Programme von oben nach unten (top down) entwickeln und dabei den Aufbau komplexerer PROLOG-Programme üben.

Permutationssortieren

Ein PROLOG-Programm zur Lösung eines Problems ist (im Idealfall) einfach die Spezifikation (die genaue Beschreibung) des Problems. Was heißt es aber, eine Liste Xs zu sortieren? Doch nur, eine geordnete Permutation Ys von Xs zu suchen:

```
p_sortiert(Xs,Ys):- permutiert(Xs,Ys), geordnet(Ys).
```

1) Suchen Sie (von Hand) alle Permutationen der Liste [5,3,4,2] und markieren Sie die geordnete Permutation.
2) Versuchen Sie umgangssprachlich zu formulieren, dass die Liste [*X*|*Xs*] geordnet ist.

Um für die Lösung von Aufgabe 2 die Macht der Rekursion zu nutzen, beginnen wir so: Es muss X kleinergleich dem Kopf der Restliste Xs sein und Xs muss eine geordnete Liste sein. Als Rekursionsausstieg dient die Tatsache, dass eine einelementige Liste sicher geordnet ist. Damit ist auch schon das Testprädikat *geordnet* gefunden:

```
geordnet([X]).
geordnet([X,Y|Ys]):- X =< Y, geordnet([Y|Ys]).
```

Schwieriger ist es, ein Programm für *permutiert* zu entwickeln. Bei der Lösung von Aufgabe 1 sind Sie sicher systematisch vorgegangen. Eine naheliegender Weg, der wieder die Macht der Rekursion ausnutzt, ist dabei dieser:

(1) Zuerst halten wir das erste Element (die 5) der Liste fest und permutieren die Restliste.
(2) Dann wählen wir das nächste Element aus der Liste heraus, schreiben das ausgewählte Element an den Anfang und permutieren die Restliste usw.. Dieses Vorgehen wird ausgedrückt durch:

```
permutiert(Xs,[Z|Zs]):- ausgewaehlt(Z,Xs,Ys),
                        permutiert(Ys,Zs).
permutiert([],[]).
```

Wir dürfen natürlich nicht den Rekursionsabbruch vergessen, den wir so ausdrücken können, dass die leere Liste ihre eigene eindeutige Permutation ist.

3) Formulieren Sie einen anderen Rekursionsabbruch für das Prädikat *permutiert*.

Das Herauswählen der einzelnen Elemente einer Liste [X|Xs] läßt sich intuitiv so beschreiben:

Zuerst wird X aus [X|Xs] gewählt mit Xs als Ergebnis. Dann wird der Kopf beibehalten und der Vorgang des Herauswählens wird auf die Restliste angewendet:

```
ausgewaehlt(X,[X|Xs],Xs).
ausgewaehlt(Y,[X|Xs],[X|Zs]):- ausgewaehlt(Y,Xs,Zs).
```

Permutationssortieren ist ein Beispiel des Prinzips 'Erzeuge und überprüfe': Zunächst wird eine Permutation der Ausgangsliste erzeugt und anschließend getestet, ob eine geordnete Permutation vorliegt.

Listen von Zufallszahlen

Beim Testen der in diesem Abschnitt entwickelten Sortierverfahren ist es sehr mühselig, die zu ordnenden Listen immer explizit einzugeben. Wir stellen daher auf der Diskette in der Datei *zufall.pro* ein Prädikat

```
random(Grenze,Zufallszahl)
```

zur Verfügung, das *Zufallzahl* mit einer 'zufällig' gewählten ganzen Zahl zwischen 1 und *Grenze* instantiiert. (s. Anhang.)

4) Testen Sie dieses Prädikat:

```
?- consult(zufall).
?- random(10,Z).
```

Lassen Sie PROLOG Zufallszahlen zwischen 1 und 100 ausgeben.

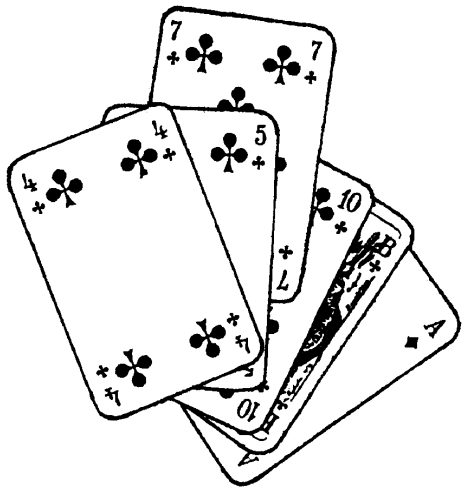
Wir wollen nun ein Prädikat, dass uns Listen von Zufallszahlen liefert:

```
/*  zliste(N,G,Zs) heißt:  Zs ist eine Liste von N Zufalls-
zahlen zwischen 1 und G.   */

zliste(0,G,[]).
zliste(N,G,[Z|Zs]):- N > 0, N1 is N - 1, random(G,Z),
                     zliste(N1,G,Zs).
```

5) Erzeugen Sie eine Liste von 5 Zufallszahlen zwischen 1 und 100 und sortieren Sie diese.

Sortieren durch Einfügen



Permutationssortieren ist kein gutes Verfahren zum Sortieren von Listen. Es ist natürlich nicht sehr sinnvoll, die Ausgangsliste 'blind' zu permutieren und dabei zu hoffen, eine geordnete Permutation zu erwischen. Wir müssen den rein deklarativen Standpunkt modifizieren und den Vorgang des Sortierens beschreiben. Vorbild ist uns das Verfahren, nach dem die meisten Leute ihre Karten ordnen. Dabei versuchen wir die Macht der Rekursion auszunutzen. Da uns Listen in der Form [Kopf|Schwanz] vorliegen, liegt folgende Überlegung nahe:

Um die ganze Liste [X|Xs] zu sortieren, sortieren wir rekursiv die Restliste Xs und fügen X an der richtigen Stelle in die sortierte Liste ein. Als Rekursionsausstieg nutzen wir die Tatsache, dass die leere Liste sicher geordnet ist.

```
e_sortiert([],[]).
e_sortiert([X|Xs],Ys):- e_sortiert(Xs,Zs),
                        eingefuegt(X,Zs,Ys).
```

Auch das Einfügen eines Elements in eine schon geordnete Liste [Kopf|Schwanz] vollzieht sich rekursiv:

(1) Das Einfügen in die leere Liste ist klar.

(2) Ist das einzufügende Element kleiner als der Kopf der Liste, kommt es an den Anfang, andernfalls wird es in den Schwanz der Liste eingefügt.

```
eingefuegt(X,[],[X]).
eingefuegt(X,[Y|Ys],[X,Y|Ys]):- X =< Y.
eingefuegt(X,[Y|Ys],[Y|Zs]):- X > Y,eingefuegt(X,Ys,Zs).
```

6) Testen Sie das Programm mit einer Liste von 10 Zufallszahlen.

Sortieren durch Auswahl

Ein unmittelbar einsichtiges Sortierverfahren beruht auf folgender Überlegung: Wir erhalten aus der Liste Xs die geordnete Liste [X|Ys], wenn X das kleinste Element von Xs ist und Ys die rekursiv geordnete Restliste Rs der Elemente von Xs ohne X ist. Als Rekursionsausstieg wählen wir den Fall der einelementigen Liste:

```
a_sortiert([X],[X]).
a_sortiert(Xs,[X|Ys]):-  kleinstes(Xs,X,Rs),
     a_sortiert(Rs,Ys).
/* kleinstes(Xs,X,Rs) heißt: X ist kleinstes Element von
Xs und Rs die Liste der restlichen Elemente von Xs.*/
```

Das Prädikat *kleinstes* definieren wir wieder rekursiv. Als Rekursionsausstieg dient der einfache Fall der einelementigen Liste:

```
kleinstes([X],X,[]).
```

Für die rekursive Regel unterscheiden wir den Fall, wo das kleinste Element im Schwanz der Liste steckt bzw. wo der Kopf der Liste bereits das kleinste Element ist:

```
kleinstes([K|Rs],M,[K|Zs]):- kleinstes(Rs,M,Zs), M<K.
kleinstes([K|Rs],K,Rs):- kleinstes(Rs,M,Zs), M>=K.
```

Schlägt die erste Klausel der rekursiven Regel von *kleinstes* fehl, muss die zweite gelingen, der aufwendige Test braucht nicht ein zweites Mal durchgeführt werden. Durch Hinzunahme eines Cuts erhalten wir so eine erhebliche Effizienzsteigerung. Damit das Prädikat noch deklarativ lesbar ist, fügen wir die 'unterschlagene' Bedingung als Kommentar hinzu.

```
kleinstes([X],X,[]).
kleinstes([K|Rs],M,[K|Zs]):- kleinstes(Rs,M,Zs), M<K, !.
kleinstes([K|Rs],K,Rs). /* kleinstes(Rs,M,Zs), M>=K.  */
```

7) Testen Sie obiges Programm für das Prädikat *kleinstes* mit folgenden Anfragen:

```
?- kleinstes([2,3,1,5],X,Ls).
?- kleinstes([2,3,1,5],1,[2,3,5]).
?- kleinstes([2,3,1,5],2,[3,1,5]).
```

Offenbar ist unser neues Prädikat *kleinstes(Xs,X,Ls)* nur geeignet von einer gegebenen Liste das kleinste Element und die Restliste zu **erzeugen**, nicht aber, solche Zerlegungen zu **testen**.

Wir haben hier wieder ein Beispiel, wo ein Prädikat, in dem ein Cut eine Bedingung ersetzt, sich nur richtig verhält, wenn es für den beabsichtigten Zweck verwendet wird, nicht aber bei anderer Verwendung des Prädikats. Solange wir das Prädikat *kleinstes* aber nur im Rahmen des Auswahlsortierverfahrens verwenden, ist die Fassung mit Cut gerechtfertigt.

8) Schreiben Sie ein anderes Programm für das Sortieren durch Auswahl, bei dem Sie die Prädikate *min(Ls,X)* aus Kapitel 6 und *geloescht1(X,Ls,Rs)* aus Kapitel 5 verwenden. Es wird dadurch leichter lesbar, da Sie das 'schwierige' Prädikat *kleinstes* vermeiden.

Sortieren durch Austausch (Bubblesort)

Unter dem Namen Bubblesort ist dieses Sortierverfahren bekannt: Man sucht in der Liste ein Paar benachbarter Elemente, die nicht angeordnet sind, vertauscht die beiden und wiederholt das Verfahren, bis die Liste geordnet ist. Wenn wir zur Abwechslung die Liste einmal vertikal statt horizontal betrachten und die Elemente als Blasen (bubbles) ansehen, so sinkt bei jedem Durchgang durch die Liste eine Blase auf die ihrem Gewicht entsprechende Tiefe ab, während leichtere Blasen hochsprudeln.

9) Wende das Verfahren von Hand an auf: [44, 55, 12, 42, 94, 44, 6, 67]

Die Suche nach einem Paar benachbarter Elemente, die nicht geordnet sind, führt das Prädikat *append* durch:

```
b_sortiert(Xs,Xs):- geordnet(Xs).
b_sortiert(Xs,Ys):-
     append(As,[X,Y|Rs],Xs),
     X>Y,
     append(As,[Y,X|Rs],Xs1),
     b_sortiert(Xs1,Ys).
```

10) Geben Sie das Programm ein. Ergänzen Sie nach dem zweiten *append*-Prädikat:

```
write(Xs1), nl,
```

Das Systemprädikat *write(X)* schreibt den Term X auf den Bildschirm, das Systemprädikat *nl* (new line) bewirkt, dass die nächste Ausgabe in einer neuen Zeile erfolgt. Überprüfen Sie nun die in Aufgabe 9 gefundenen Zwischenschritte.

Betrachten wir das Ziel *?- b_sortiert([3,2,1],Ys).* Dieses wird durch Vertauschen von 3 mit 2, dann von 3 mit 1 und schließlich von 1 mit 2 erreicht. Es könnte auch sortiert werden durch Vertauschen von 2 mit 1, dann 3 mit 1 und schließlich 3 mit 2. Da es nur eine sortierte Liste gibt, interessieren uns alternative Lösungen, die unser Programm ebenfalls finden würde, nicht. Die Suche nach alternativen Lösungen verhindern wir durch einen Cut nach dem Vergleich X > Y. Dies ist die früheste Stelle, wo bekannt ist, dass ein Tausch notwendig ist; ein Backtracking zum vorhergehenden *append*-Ziel, um weitere Fehlstände zu finden, wird durch diesen Cut verhindert.

11) Bestätigen Sie diese Analyse mit dem Programm von Aufg. 10. Stellen Sie die Anfrage:

```
?- b_sortiert([3,2,1],Ys).
```

Lassen Sie sich auch die alternative Lösung ausgeben.

Das Austausch-Sortierprogramm mit Cut:

```
b_sortiert(Xs,Xs):-geordnet(Xs).
b_sortiert(Xs,Ys):-
     append(As,[X,Y|Rs],Xs),
     X>Y, !,
     append(As,[Y,X|Rs],Xs1),
     b_sortiert(Xs1,Ys).
```

12) Bestätigen Sie, dass dieses Programm nun keine alternativen Lösungen für den Sortiervorgang mehr sucht.

Quicksort

Quicksort wendet eine 'Teile-und-herrsche'-Strategie auf das Problem des Sortierens an: Die zu sortierende Liste wird in zwei Teile aufgeteilt, diese Teile werden rekursiv sortiert und zu einer sortierten Liste zusammengeführt. Dabei verfährt Quicksort nach diesem Algorithmus:

(1) Zerlege den Schwanz *Xs* der Liste [X|*Xs*] in zwei Listen *Kleine* und *Grosse*: *Kleine* enthält alle Elemente die kleinergleich *X* sind, *Grosse* alle Elemente die größer als *X* sind.

(2) Ordne (rekursiv) die Listen *Kleine* und *Grosse* und erhalte die Listen *Ks* und *Gs*.

(3) Füge *Ks* und [*X*|*Gs*] zur gesuchten Liste zusammen.

Beispiel:

		[44,55,12,42,94,44,6,67]	
(1)	[12,42,44,6]	44	[55,94,67]
(2)	[6,12,42,44]	44	[55,67,94]
(3)		[6,12,42,44,44,55,67,94]	

```
q_sortiert([],[]).

q_sortiert([X|Xs],Ys):-
     zerlegt(Xs,X,Kleine,Grosse),
     q_sortiert(Kleine,Ks),
     q_sortiert(Grosse,Gs),
     append(Ks,[X|Gs],Ys).
```

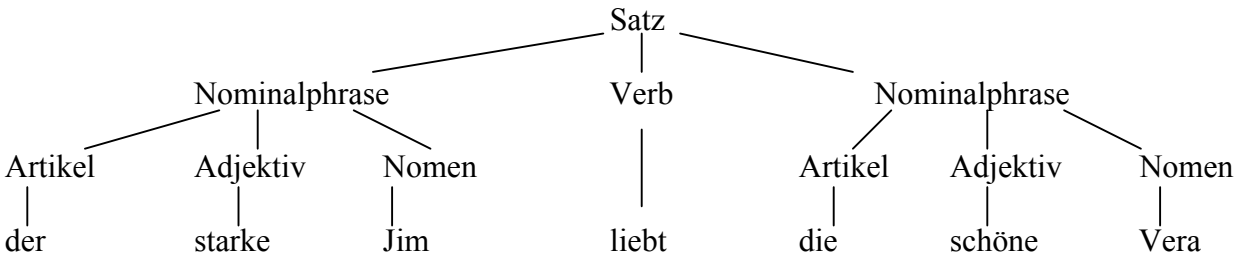
Beim Aufteilen einer Liste [*Z*|*Zs*] mit Hilfe eines Elements *X* sind zwei Fälle zu betrachten: Wenn der Kopf *Z* kleinergleich *X* ist und wenn der Kopf größer als *X* ist:

```
zerlegt([Z|Zs],X,[Z|Ks],Gs):- Z=<X, zerlegt(Zs,X,Ks,Gs).
zerlegt([Z|Zs],X,Ks,[Z|Gs]):- Z>X,  zerlegt(Zs,X,Ks,Gs).
zerlegt([],X,[],[]).
```

13) Vervollständigen Sie obiges Beispiel, indem Sie die rekursive Sortierung der Teillisten 'von Hand' durchführen. Bestätigen Sie ihr Ergebnis, indem Sie in den Quicksort-Algorithmus geeignete Ausgabeprädikate aufnehmen, die die Zwischenergebnisse ausgeben.

F Bäume

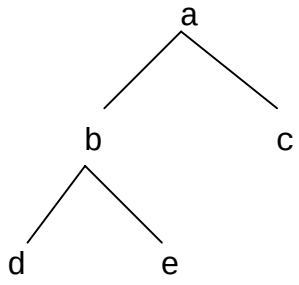
Eine wichtige Datenstrukturart in der Informatik sind **Bäume**. Die Abbildung zeigt einen Baum: (in der Informatik wachsen die Bäume nach unten!)



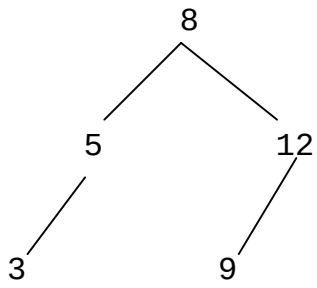
Die Daten in einem Baum werden durch Knoten dargestellt, die hierarchisch angeordnet sind. Die Zweige stehen für die Beziehungen zwischen einem Datenelement in einer Ebene und mehreren Datenelementen in der untergeordneten Ebene. Der Knoten der höchsten Ebene heißt absurderweise die **Wurzel** des Baums.

Wir begnügen uns mit **Binärbäumen**, die so heißen, weil von jedem Knoten höchstens zwei Zweige ausgehen. Binärbäume stellen wir in PROLOG durch ein dreistelliges Prädikat *baum(Element,Links,Rechts)* dar. Dabei ist *Element* das Element im Knoten, *Links* und *Rechts* sind der linke und der rechte Unterbaum. Den leeren Baum stellen wir durch das Atom *nil* dar; z. B. können wir den rechts abgebildeten Baum aufbauen als *baum(a,Links,Rechts)* mit

Links = baum(b,baum(d,nil,nil),baum(e,nil,nil)) und
Rechts = baum(c,nil,nil), also insgesamt
baum(a,baum(b,baum(d,nil,nil),baum(e,nil,nil)),baum(c,nil,nil)).



Binärbäume eignen sich gut zum Sortieren, da die zwei Zweige eines jeden Knoten verwendet werden können, um 'vor'- und 'nach'-Beziehungen darzustellen. Ein Binärbaum heißt **geordnet**, wenn in jeder Ebene für jeden Knoten gilt, dass die Daten in den Knoten des linken Teilbaums vor dem Datum im Knoten und dieses vor den Daten der Knoten des rechten Teilbaums liegt; z. B. ist der abgebildete Baum geordnet. Beachten Sie, dass nicht jeder Knoten zwei Zweige benötigt, anstelle 'fehlender' Zweige denken wir uns den leeren Baum.



1) Beschreiben Sie den abgebildeten Baum durch das Prädikat *baum*.

Der Algorithmus für das Sortieren mit Hilfe von Binärbäumen ist einfach: Wir verwandeln die ungeordnete Ausgangsliste in einen geordneten Binärbaum und überführen dann diesen in eine geordnete Liste.

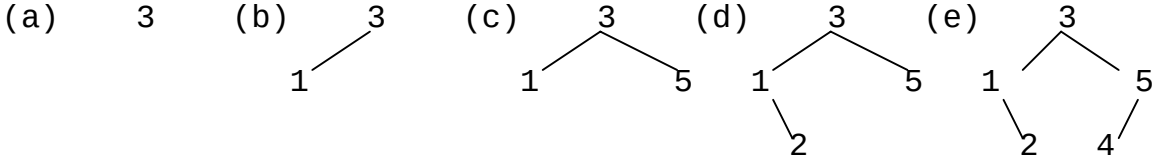
```
sortiert(Xs,Ys):- liste_zu_baum(Xs,Baum),
                  baum_zu_liste(Baum,Ys).
```

Beispiel: Die Liste [3,1,5,2,4] soll in einen geordneten Binärbaum überführt werden. Wir beginnen mit dem Kopf der Liste und setzen ihn in die Wurzel des Baums, Bild (a): *baum(3,Links,Rechts)*.

Das nächste Element, die 1 ist kleiner als die Wurzel, muss also in den linken Teilbaum *Links* eingeordnet werden, Bild (b): *baum(3,baum(1,Links1,Rechts1),Rechts)*.

Anschließend muss die 5 eingeordnet werden. Der Vergleich mit der Wurzel zeigt, dass 5 in den Teilbaum Rechts einzuordnen ist, Bild (c):

baum(3,baum(1,Links1,Rechts1),baum(5,Links2,Rechts2)) .



2) Die Abbildungen (a) bis (e) zeigen, wie aus der Liste [3,1,5,2,4] ein geordneter Binärbaum entsteht. Führen Sie die begonnene Beschreibung dieses Baums durch das Prädikat *baum* zu Ende.

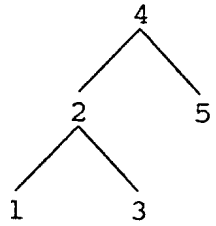
Wir beschreiben unser (iteratives) Vorgehen jetzt rekursiv: Aus der Liste [X|Xs] entsteht der geordnete Binärbaum *baum(W,L,R)*, indem wir rekursiv die Restliste Xs in einen *baum(W1,L1,R1)* überführen und den Kopf X in diesen Baum einfügen. Der Rekursionsabbruch formuliert den Fall, dass eine einelementige Liste in einen Baum überführt wird.

```
liste_zu_baum([X],baum(X,nil,nil)).
liste_zu_baum([X|Xs],baum(W,L,R)):-
     liste_zu_baum(Xs,baum(W1,L1,R1)),
     in_baum_einfuegen(X,baum(W1,L1,R1),baum(W,L,R)).
```

Auch das Einfügen eines Elements X in einen geordneten Binärbaum *baum(W,L,R)* vollzieht sich rekursiv: Ist das einzuordnende Element X kleinergleich als die Wurzel W, so muss X in den linken Teilbaum L einfügt werden, was den Baum L1 ergibt. Eine analoge Klausel formuliert den anderen Fall. Der Rekursionsabbruch ist das Einordnen in den leeren Baum.

```
in_baum_einfuegen(X,nil,baum(X,nil,nil)).
in_baum_einfuegen(X,baum(W,L,R),baum(W,L1,R)):-
     X=<W, in_baum_einfuegen(X,L,L1).
in_baum_einfuegen(X,baum(W,L,R),baum(W,L,R1)):-
     X>W, in_baum_einfuegen(X,R,R1).
```

3) Wenden Sie den Algorithmus auf unsere Beispielliste an, so erhalten Sie nicht den Baum von Aufgabe 2, sondern den nebenan abgebildeten Baum. Warum?



Wir müssen noch den geordneten Binärbaum *baum(W,L,R)* in eine geordnete Liste umwandeln. Auch hier gehen wir wieder rekursiv vor, wandeln den linken Teilbaum L in eine Liste Ls, den rechten Teilbaum R in eine Liste Rs um und vereinigen Ls und [W|Rs] zur gesuchten Liste. Der Rekursionsabbruch ist wieder trivial.

```
baum_zu_liste(nil,[]).
baum_zu_liste(baum(W,L,R),Ys):-
     baum_zu_liste(L,Ls),
     baum_zu_liste(R,Rs),
     append(Ls,[W|Rs],Ys).
```

4) Es ist unvernünftig, einen geordneten Binärbaum in eine Liste zu verwandeln, vollzieht sich doch sowohl das Einfügen neuer Elemente wie auch das Suchen im Baum wesentlich rascher als in einer linearen Liste. Ersetzen Sie die Prozedur *baum_zu_liste* durch ein Prädikat *ausgabe(baum(W,L,R))* und vergleichen Sie dann Quicksort mit 'Baumsortieren'.
5) Die Prozedur *zliste(N,S,Zs)*, erzeugt eine Liste Zs der Länge N von Zufallszahlen zwischen 1 und S. Schreiben Sie eine entsprechende Prozedur *zbaum(N,S,baum(W,L,R))*, die einen geordneten Binärbaum aus N Zufallszahlen zwischen 1 und S erzeugt.

Eine Grundaufgabe beim Einsatz von Bäumen ist das Suchen in einem Baum. Offensichtlich gilt: X ist Element eines Baums, wenn es die Wurzel des Baums ist (Fakt) oder wenn es ein Element des linken oder des rechten Unterbaums ist (zwei rekursive Regeln):

```
baum_element(X,baum(X,Links,Rechts)).
baum_element(X,baum(Y,Links,Rechts)):-
     baum_element(X,Links).
baum_element(X,baum(Y,Links,Rechts)):-
     baum_element(X,Rechts).
```

6) Testen Sie die Anfragen

```
?-
baum_element(7,baum(4,baum(3,nil,nil),baum(7,nil,nil))).
?-
baum_element(X,baum(4,baum(3,nil,nil),baum(7,nil,nil))).
?- baum_element(5,B).
?- baum_element(5,baum(3,Links,Rechts)).
```

   Vergleichen Sie die Prozedur *baum_element(X,Baum)* mit der Prozedur *element(X,Liste)*.

7) Zum effizienten Suchen in einem geordneten Binärbaum ist die Prozedur *baum_element* nicht sehr geeignet, da sie die Ordnungsstruktur des Baums nicht ausnützt. Verbessern Sie also *baum_element* zu einer Relation *vorhanden(X,baum(W,L,R))*, die zutrifft, wenn X ein Element im geordneten Binärbaum *baum(W,L,R)* ist.
8) Testen Sie Ihre Prozedur *vorhanden* mit

```
?-zbaum(10,20,B),ausgabe(B),vorhanden(5,B).
```

9) Definieren Sie eine Relation *summe_von(Baum,Summe)*, die gilt, wenn *Baum* ein Baum von Zahlen und *Summe* die Summe der Zahlen in den Knoten von *Baum* ist.

G Manipulation symbolischer Ausdrücke

Symbolisches Differenzieren

In der Mathematik spielt das Differenzieren von Funktionen eine wichtige Rolle. Ist f(x) eine Funktion der Variablen x, so bezeichnet man mit f'(x) die Ableitung von f(x) nach x. Statt f'(x) schreiben die Mathematiker auch df/dx. Die Ableitung der Standardfunktionen ist gegeben durch:

$dx/dx = 1.$
$dc/dx = 0$ für jede Konstante c.
$dx^n/dx = nx^{n-1}.$
$d(\sin(x))/dx = \cos(x).$ (1)
$d(\cos(x))/dx = -\sin(x).$
$d(\exp(x))/dx = \exp(x).$
$d(\log(x))/dx = 1/x.$

Weiter gelten die bekannten Ableitungregeln:

$d(f + g)dx = df/dx + dg/dx.$
$d(f*g)/dx = f*dg/dx + g*df/dx.$ (2)
$d(f/g)/dx = (g*df/dx - f*dg/dx)/g^2.$

Damit ist die Ableitung jedes rationalen Ausdrucks in den Standardfunktionen formal bestimmbar.

Diese Regeln lassen sich nun in PROLOG übersetzen. Wir können rationale Ausdrücke auch in PROLOG bilden, die Funktionen repräsentieren wir durch einstellige Prädikate. Bequemlichkeitshalber verwenden wir für diese die mathematische Notation; z. B. soll das einstellige Prädikat exp(x) die Exponentialfunktion darstellen. Unser Programm soll eine Relation *d(F,X,DF)* erklären, welche besagt: *DF* ist die Ableitung von *F* nach *X*. Das Faktum

```
d(X,X,1).
```

ist also einfach die Übersetzung der Aussage der Analysis, dass die Funktion f(x) = x die Ableitung dx/dx = 1 besitzt. Entsprechend liest sich das Faktum

```
d(sin(X),X,cos(X)).
```

als "die Ableitung von sin(x) nach x ist cos(x)".

Etwas Mühe machen die Potenzfunktionen $f(x) = x^n$, denn die wenigsten PROLOG-Versionen haben einen eingebauten Potenzierungsoperator ^. Wir benutzen daher ein zweistelliges Prädikat *pot(X,N)*, das die Funktion x^n repräsentieren soll. Damit übersetzt sich (1) und (2) in nachstehendes PROLOG-Programm:

```
d(X,X,1).
d(C,X,0):- atomic(C), C\=X.
d(pot(X,N),X,N*pot(X,N1)):- N>1, N1 is N - 1.
d(sin(X),X,cos(X)).
d(cos(X),X,0 - sin(X)).
d(exp(X),X,exp(X)).
d(log(X),X,1/X).
d(F+G,X,DF+DG):- d(F,X,DF), d(G,X,DG).
d(F-G,X,DF-DG):- d(F,X,DF), d(G,X,DG).
```

```
d(F*G,X,DF*G+F*DG):- d(F,X,DF), d(G,X,DG).
d(F/G,X,(G*DF-F*DG)/(G*G)):- d(F,X,DF), d(G,X,DG).
```

Anmerkungen:

a) Hier tritt zum ersten Mal das Systemprädikat *atomic* auf. Das Prüfprädikat *atomic(X)* ist wahr, wenn X eine Konstante oder eine Zahl ist.

b) Die etwas merkwürdige Formulierung für die Ableitung der Cosinusfunktion kommt daher, dass manche PROLOG-Versionen das Minuszeichen ' - ' nur als zweistellige Operation implementiert haben. Solche PROLOG-Versionen akzeptieren Ausdrücke wie -5 (als ganze Zahl), nicht aber Ausdrücke wie -X mit ungebundener Variablen X, wo also ' - ' als einstelliger Operator auftritt.

1) Geben Sie das Programm ein bzw. laden Sie die Datei. Das Programm soll die Ableitung der Funktion f(x) = 2*x + 5 berechnen. Stellen Sie die Anfrage:

   ```
   ?- d(2*x+5,x,F).
   ```

   Sie stellen fest, dass unser Programm die Regeln richtig anwendet, aber die 'selbstverständliche' Vereinfachung des Ausdrucks F = (0*x+2*1) + 0 zu F = 2 nicht durchführt. Es wird die Aufgabe des übernächsten Abschnitts sein, das schwierige Problem algebraischer Termumformungen wenigstens teilweise anzugehen.

2) Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen: $5*x^3 + 2*x + 4$, $x^2*\sin(x)$, $\sin(x)/\cos(x)$

3) Wir sind nicht an den Namen x für die Variable der Funktion gebunden: In der Physik spielt die Funktion $s = at^2 + vt + s0$ eine Rolle. Wir leiten diese Funktion nach t ab:

   ```
   ?- d(a*pot(t,2)+v*t+s0,t,V).
   ```

   Bestimmen Sie entsprechend die Ableitung nach t von: $n*t*e^t$, die Ableitung nach r von: $pi*r^2 + a*r$

4) Bestimmen Sie 'per Hand' die Ableitung von $f(x) = \sin x^2$. Stellen Sie dann die Anfrage

   ```
   ?- d(sin(pot(x,2)),x,F).
   ```

Es ist nicht verwunderlich, wenn unser Programm hier schlicht mit '*no*' reagiert, schließlich haben Sie bei der Berechnung der Ableitung von $\sin(x^2)$ die Kettenregel verwendet, welche wir PROLOG ja noch gar nicht mitgeteilt haben. Die Kettenregel erlaubt es, die Ableitung von zusammengesetzten Funktionen f(g(x)) zu bestimmen: Die Ableitung von f(g(x)) nach x ist die Ableitung von f(g(x)) nach g(x) multipliziert mit der Ableitung von g(x) nach x, in den Symbolen der Mathematik: d(f(g))/dx = df/dg*dg/dx.

Da wir keine Möglichkeit kennen, wie PROLOG auf die Argumente von Prädikaten (hier auf den Funktionsnamen g, der Argument der Funktion f ist) zugreift, nehmen wir die Kettenregel nicht als allgemeine zusätzliche Regel in unser Programm auf, sondern formulieren sie für jede einzelne Standardfunktion:

Statt $d(\sin(x))/dx = \cos(x)$ formulieren wir also $d(\sin(g))/dx = \cos(g)*dg/dx$, statt $d(x^n)/dx = n*x^{n-1}$ also $d(g^n)/dx = n*g^{n-1}*dg/dx$ usw.

In unserem PROLOG-Programm müssen entsprechend die Ableitungsfakten für die einzelnen Funktionen ersetzt werden:

```
d(sin(U),X,cos(U)*DU):-d(U,X,DU).
d(pot(U,N),X,N*pot(U,N1)*DU):-N>1,N1 is N - 1,d(U,X,DU).
```

5) Ersetzen Sie die übrigen Fakten des Programms entsprechend bzw. laden Sie das Programm. Bestimmen Sie die Ableitungen:

   a) sin x^2 nach x.

   b) $(\sin(x))^2$ nach x.

   c) n*exp(at^2) nach t.

   d) a*sin(x^2) + b*cos(x) nach x.

   e) $(\sin(x))^2 + (\cos(x))^2$ nach x.

Die Übersetzung der Potenzen in das Prädikat *pot(X,N)* ist schwerfällig und schlecht lesbar. PROLOG bietet nun die Möglichkeit, Operatoren selbst zu definieren. Sinnvollerweise definieren wir daher einen Operator ^, wobei X^Y für die Potenz X^Y steht. Einzelheiten lesen Sie bitte im Anhang nach.

6) Formulieren Sie das Faktum für das Differenzieren der Potenzfunktionen unter Verwendung des Operators ^ .

```
?- op(10,yfx,^).
?- reconsult(g_6).
```

   Die Ableitung von sin x^2 erhalten Sie dann mit der Anfrage:

```
?- d(sin(x^2),x,F).
```

   Stellen Sie nun Anfragen zum Differenzieren der übrigen Funktionen aus Aufgabe 5.

Verfügt Ihre PROLOG-Version über keinen einstelligen Operator -, so definieren Sie einen Operator ~. Es soll ~X bedeuten 'minus X'. (Fehlt das Zeichen ~ auf Ihrer Tastatur, erhalten Sie es, wenn Sie bei gedrückter Alt-Taste auf dem numerischen Tastenblock die Zahl 126 eingeben.) Mit *?- op(9,fx,~).* ist der gewünschte Operator definiert.

7) Für das Differenzieren gilt das Gesetz d(-f)/dx = -df/dx. Nehmen Sie die entsprechende Klausel in Ihr Programm auf.

   Erweitern Sie die Gültigkeit für das Differenzieren von Potenzen auch auf negative Hochzahlen.

Unser Programm bestimmt die Ableitung von x+5 oder sin(x)+2 usw. nach der Summenregel, von 3*x oder 5*sin(x) usw. nach der Produktregel. Da das Programm keine algebraischen Vereinfachungen durchführt, sind die berechneten Ableitungsfunktionen entsprechend kompliziert zusammengesetzt. Wir können unserem Ableitungsprogramm zusätzliches Wissen über das Umgehen mit Konstanten mitteilen:

```
d(X,X,1).
d(C,X,0):- atomic(C), C\=X.
d(~U,X,~DU):- d(U,X,DU).
d(U+C,X,DU):- atomic(C), C\=X, d(U,X,DU),!.
d(C+U,X,DU):- atomic(C), C\=X, d(U,X,DU),!.
d(F+G,X,DF+DG):- d(F,X,DF), d(G,X,DG).
d(U-C,X,DU):- atomic(C), C\=X, d(U,X,DU),!.
d(C-U,X,~DU):- atomic(C), C\=X, d(U,X,DU),!.
d(F-G,X,DF-DG):- d(F,X,DF), d(G,X,DG).
```

Zur Berechnung der Ableitung von z. B. x+5 sind jetzt zwei Klauseln anwendbar, eine für den Spezialfall 'Addition einer Konstanten' und die allgemeine Summenformel. Damit nur die gewünschte Klausel gewählt wird, muss zuerst der Spezialfall aufgeführt sein und mit einem Cut

verhindert werden, dass nach der Entscheidung für den Spezialfall noch die allgemeine Klausel angewendet wird. Im Gegensatz zum ursprünglichen Programm ist jetzt also die Reihenfolge der Klauseln wichtig.

8) Ergänzen Sie entsprechende Klauseln für die Multiplikation mit Konstanten.

9) Berechnen Sie mit dem geänderten Programm die Ableitung von:

   3*x - 4, 3*x*exp(~x+1), sin(2*x)/cos(2*x)

   Vergleichen Sie mit den Ergebnissen nach dem alten Programm.

Das Problem des Vereinfachens von Termen wird am Schluß des Kapitels noch einmal aufgenommen.

Ein Wortspiel

Ein 'Wort' ist die Verknüpfung von zwei Buchstaben a und b mit dem Zeichen *, z. B. a*a*b*b*b*a. Dies ist ein PROLOG-Programm, das die für unser Spiel zulässigen Wörter erkennt:

```
wort(a).
wort(b).
wort(W*a):- wort(W).
wort(W*b):- wort(W).
```

Die zwei Fakten besagen, dass die Symbole a und b allein Wörter sind; die rekursiven Regeln besagen, dass durch Anhängen eines Buchstaben a oder b an ein Wort W wieder ein Wort entsteht.

10) Welche der Ausdrücke sind Wörter? Stellen Sie Anfragen.

    a*a, b*a*b*a, a*b, a+b+a, w*a*w, x*y.

    Lassen Sie das Programm Wörter erzeugen.

Nun wird eine 'Grammatik' eingeführt: Zwei Wörter unserer 'Sprache' heißen gleich, wenn man sie nach folgenden Regeln ineinander umformen kann:

(1) Drei aufeinanderfolgende Buchstaben a können weggelassen werden.

(2) Zwei aufeinanderfolgende Buchstaben b können weggelassen werden.

(3) Die Buchstabenkombination b*a kann durch die Kombination a*a*b ersetzt werden (und umgekehrt).

Beispiel:

b*a*a*b*a*b = (b*a)*a*b*a*b = (a*a*b)*a*b*a*b = a*a*(b*a)*b*a*b = a*a*(a*a*b)*b*a*b = a*a*b. (Die Klammern sind nur zur besseren Lesbarkeit gesetzt, unsere Sprache benötigt sie nicht.)

Die Regel (1) bis (3) lassen sich als Zuordnungsvorschrift lesen:

Gewissen Wörtern lassen sich andere (in der Regel einfachere) Wörter zuordnen. Dies drücken wir durch eine Reihe von Fakten für das Zuordnungsprädikat *v* aus:

```
v(b*a,a*a*b).
v(X*b*a,X*a*a*b).
v(X*a*a*a,X).
v(X*b*b,X).
```

Ausführlich: Dem Wort b*a ist das Wort a*a*b zugeordnet. Einem Wort X*b*a (wobei X ein beliebiges Wort ist), ist das Wort X*a*a*b zugeordnet. Die Lesart der letzten beiden Fakten ist wohl offensichtlich.

Unser Ziel ist ein Prädikat *vereinfacht(W,V)*, das zutrifft, wenn das Wort *V* eine Vereinfachung des Worts *W* gemäß der Regeln (1) bis (3) ist. Dabei gehen wir wie im obigen Beispiel vor: W wird von links her auf Anwendungen der Regeln, also der Fakten *v*, durchmustert. Dazu müssen wir das Wort W in seine Bestandteile zerlegen.

11) Geben Sie zum Test ein:

```
?- X*Y=2*3*4*5.
```

PROLOG antwortet mit X=2*3*4, Y=5

Geben Sie nun ein:

```
?- a*X=a*a*b*a.
```

PROLOG antwortet mit *no*, matcht also **nicht** X mit a*b*a! Der Term a*a*b*a wird als (a*a*b)*a aufgefasst, kann nur von rechts her zerlegt werden. Bestätigen Sie dies durch die Anfrage

```
?- X*a=a*a*b*a.
```

Um ein beliebiges Wort W zu vereinfachen, spalten wir den rechten Buchstaben R und das linke Teilwort L ab, vereinfachen das linke Teilwort L zu L1 (rekursiver Aufruf des Prädikats!) und schauen nach, ob ein Faktum *v(L1*R,V)* existiert. Ein Wort, das ein Atom ist, kann nicht weiter vereinfacht werden (Rekursionsabbruch!)

```
vereinfacht(W,W):- atomic(W).
vereinfacht(W,V):- W=L*R, vereinfacht(L,L1), v(L1*R,V).
```

Dabei bedeutet *atomic(W)*, dass *W* ein Atom (d. h. kein Term) ist.

12) Stellen Sie mit dem bisher entwickelten Programm die Anfragen:

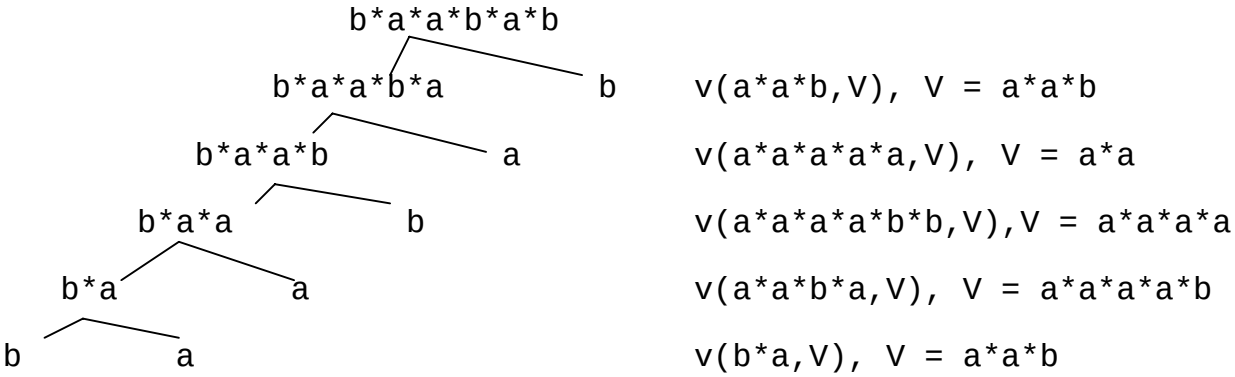
```
?- vereinfacht(b*a*b,V).
?- vereinfacht(a*b,V).
?- vereinfacht(b*a*a*b*a*b,V).
```

Die erste Anfrage gibt erwartungsgemäß die Antwort V = a*a, die zweite scheitert. Die Ursache ist auch klar, der Aufruf *v(a*b,V)* scheitert, weil es keine passende Klausel *v* gibt. Wir nehmen daher noch eine letzte Klausel für die Zuordnung *v* auf:

```
v(X*Y,X*Y).
```

Diese Klausel deckt alle die Fälle ab, welche durch die vorhergehenden Klauseln nicht erfasst wurden (sog. default-Klausel). Damit ist nun durch *v* jedem Wort ein anderes zugeordnet.

Wir wollen uns am Beispiel der letzten Anfrage von Aufgabe 12 die Arbeitsweise des Prädikats *vereinfacht* ausführlich klarmachen. Das Wort b*a*a*b*a*b wird zuerst schrittweise bis auf die Atome zerlegt, anschließend werden in umgekehrter Reihenfolge die Fakten *v* aufgerufen:



13) Bestätigen Sie diese Analyse, indem Sie folgende Ausgabeanweisungen in das Prädikat *vereinfacht* aufnehmen:

```
write(L), tab(3), write(R), nl.
```

14) Vereinfachen Sie folgende Wörter: b*a*b*a*a, a*b*a*b*a*b, b*a*b*a, a*b*a*b, b*b*b*b.

Die letzten Wörter werden zu a*a*a bzw. b*b vereinfacht. Nach unseren Regeln sind beide Wörter aber 'leer', stimmen also überein. Es ist daher sinnvoll, den Begriff des 'leeren Worts' einzuführen. Das leere Wort enthält keinen Buchstaben und kann an jedes Wort W angefügt werden. Verwenden wir als Symbol für das leere Wort den Buchstaben e, so können wir schreiben:
W*e = e*W = W für jedes Wort W. (Weil diese Gleichungen an die Eigenschaft der Eins bei der Multiplikation erinnert, wurde für das leere Wort das Symbol e - von Eins - gewählt.) Die Regeln (1) und (2) lassen sich nun kurz schreiben: a*a*a = e und b*b = e.

15) Ergänzen Sie das Prädikat *wort* um weitere Klauseln, so dass auch das leere Wort und Wörter, die das Symbol e enthalten, richtig erkannt werden.

Unser Zuordnungsprädikat v muss noch *u*m Fakten ergänzt werden, die den Umgang mit dem leeren Wort regeln. Nachstehend die endgültige Version dieses Prädikats:

```
v(a*a*a,e).
v(b*b,e).
v(X*e,X).
v(e*X,X).
v(b*a,a*a*b).
v(X*b*a,X*a*a*b).
v(X*b*b,X).
v(X*a*a*a,X).
v(X*Y,X*Y).      /* Die default-Klausel    */
```

16) Zeichnen Sie den Zerlegungsbaum für den Aufruf

```
?- vereinfacht(a*a*b*a*a*b*a*a*b*a*a*b,V).
```

und notieren Sie das Zustandekommen von V.

Um jedes Wort sicher zu vereinfachen, rufen wir das Prädikat *vereinfacht* zweimal auf:

```
ver(W,V):- vereinfacht(W,X), vereinfacht(X,V).
```

17) Zeigen Sie, dass sich jedes Wort unserer 'Sprache' in genau eines der Wörter e, a, a*a, b, a*b, a*a*b vereinfachen läßt.

Wir **verknüpfen** zwei Wörter, indem wir sie nebeneinanderschreiben und das Ergebnis nach den Regeln (1) bis (3) vereinfachen.

Beispiel: b*(a*b) = (b*a)*b = a*a*b*b = a*a*e = a*a
(3) (2)

18) Tragen Sie in einer solchen 'Verknüp-fungstafel' die möglichen Verknüpfungen unserer 'Sprache' und ihre Ergebnisse ein. Benutzen Sie dazu das Prädikat *ver*.

Beispiel:

```
?-
ver(b*a*b,W).
```

*	e	a	a*a	b	a*b	a*a*b
e						
a						
a*a						
b					a*a	
a*b						
a*a*b						

19) Wir ersetzen die Regel (3): b*a = a*a*b durch b*a = a*b. Ändern Sie die entsprechenden Klauseln für *v* und berechnen Sie die zugehörige Verknüpfungstafel. Zeigen Sie, dass alle 6 Elemente unserer neuen 'Sprache' als wiederholte Verknüpfung von a*b mit sich selbst entstehen (algebraisch gesehen beschreiben unsere 'Wortspiele' die beiden Gruppen der Ordnung sechs).

Vereinfachen algebraischer Terme

Die Ableitungsprogramme vom Anfang des Kapitels geben die Ergebnisse nicht in vereinfachter Form aus:

```
?- d(x+1,x,F).
Ausgabe: F = 1 + 0
?- d(x*x+2*x+5,x,F).
Ausgabe: F = 1*x + x*1 + 0*x + 2*1 + 0
```

Wollen wir solche Terme vereinfachen, benötigen wir eine Tabelle der Eigenschaften der Grundrechenoperationen. Das Verhalten der 0 bezüglich der Addition zum Beispiel wird durch die Gleichungen X + 0 = X und 0 + X = X ausgedrückt. Ähnlich wie bei unserem Wortspiel formulieren wir entsprechende Klauseln:

```
a(X+0,X).
a(0+X,X).
```

Die Relation *a(L+R,V)* drückt aus, dass ein Ausdruck *L+R* dem (einfacheren) Term V zugeordnet ist. Wir können eine analoge Liste solcher Zuordnungsfakten für die Multiplikation festhalten:

```
m(0*X,0).
m(X*0,0).
m(1*X,X).
m(X*1,X).
m(X*Y,V):- integer(X), integer(Y), V is X*Y.
```

20) Vervollständigen Sie entsprechend die Fakten *a* für die Addition.

Formulieren Sie entsprechende Fakten *s* für die Subtraktion.

Um einen Term T mit Hilfe einer solchen Tabelle von Vereinfachungsregeln für die Grundrechenoperationen umzuformen, stellen wir zuerst die Operation Op in T fest, isolieren den lin-

ken Teilterm L und den rechten Teilterm R, vereinfachen (rekursiver Aufruf!) L zu L1 und R zu R1 und schauen dann in der Tabelle nach, ob ein Faktum für die Vereinfachung von L1 verknüpft durch Op mit R1 vorliegt. Ein Term, der ein Atom ist, kann nicht weiter vereinfacht werden (Abbruchbedingung der Rekursion).

```
vereinfacht(T,T):- atomic(T).
vereinfacht(T,V):- T=L*R,
     vereinfacht(L,L1),
     vereinfacht(R,R1),
     m(L1*R1,V).
vereinfacht(T,V):- T=L+R,
     vereinfacht(L,L1),
     vereinfacht(R,R1),
     a(L1+R1,V).
```

21) Ergänzen Sie die entsprechende Klausel für die Subtraktion.

22) Stellen Sie mit dem bisher entwickelten Programm die Anfragen

```
?- vereinfacht(x*0,V).
?- vereinfacht(2*x,V).
```

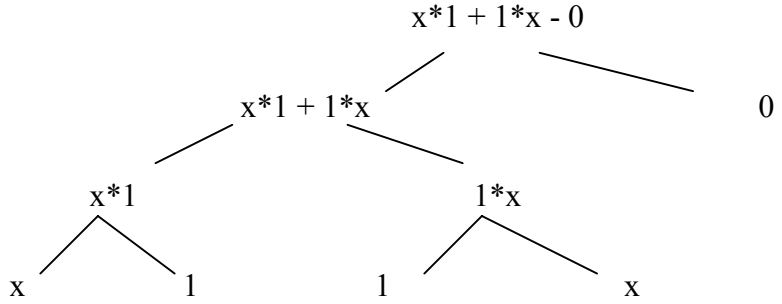
Die erste Anfrage gibt erwartungsgemäß die Antwort V = 0, die zweite Anfrage scheitert. Die Ursache ist auch klar, der Aufruf von *m(2*x,V)* scheitert, weil in der Tabelle für *m* kein passendes Faktum zu finden ist. Wir benötigen noch eine 'default-Klausel':

```
m(X*Y,X*Y).
```

Die default-Klausel soll alle Fälle abfangen, die durch die aufgezählten Sonderfälle nicht erfasst werden. Sie muss also in der Reihenfolge der Klauseln am Ende stehen. (Sollen keine alternativen Lösungen gesucht werden, müssen alle Fakten *m* mit einem Cut beendet werden.)

23) Ergänzen Sie die Relationen *a* und *s* um die default-Klauseln. Vergleichen Sie mit dem Programm auf der Diskette.

Wir wollen uns am Beispiel des Terms x*1+1*x - 0 die Arbeitsweise des Prädikats *vereinfacht* klarmachen. Der Term wird gemäß den Prioritäten der Rechenarten (vgl. Anhang) folgendermaßen zerlegt:



Der Reihe nach werden dann folgende Fakten aufgerufen:

m(x*1,V), also V=x
m(1*x,V), also V=x
a(x+x,V), also V=x+x
s(x+x-0,V), also V=x+x, die endgültige Ausgabe.

24) Bestätigen Sie diese Analyse, indem Sie in die Klauseln des Prädikats *vereinfacht* noch die Ausgabeanweisungen *write(L)*, *tab(5)*, *write(R)*, *nl* aufnehmen.

25) Stellen Sie die Anfragen:

```
?- vereinfacht(2+3+x,V).
?- vereinfacht(2+x+3,V).
?- vereinfacht(2*3*x,V).
?- vereinfacht(2*x*3,V).
```

Sie stellen fest, dass Terme, die algebraisch gleichwertig sind, von unserem Programm unterschiedlich behandelt werden. Wenn wir uns jeweils den Termzerlegungsbaum aufzeichnen, wird der Grund auch klar:

Beim ersten Baum werden diese Fakten aufgerufen: *a(2+3,V)*, also V=5, anschließend *a(5+x,V)*, also V=5+x, die gewünschte Vereinfachung. Dagegen ruft die zweite Zerlegung folgende Fakten nacheinander auf: *a(2+x,V)*, also V=2+x und *a(2+x+3,V)*, also V=2+x+3.

26) Bestätigen Sie diese Analyse, indem Sie zum Prädikat *vereinfacht* geeignete Ausgabeanweisungen aufnehmen.

Zeichnen Sie entsprechende Bäume für die Zerlegung von 2*3*x und 2*x*3.

Um unser Programm leistungsfähiger zu machen, fügen wir weitere Klauseln für die Zuordnungen *a*, *s* und *m* hinzu. Die Fälle von Aufgabe 25 übernehmen diese Klauseln:

```
a(Y+X+Z,V):- integer(Y), integer(Z), a(Y+Z,W), a(W+X,V).
m(Y*X*Z,V):- integer(Y), integer(Z), v(Y*Z,W), v(W*X,V).
```

27) Ergänzen Sie die entsprechenden Klauseln, um auch Terme wie x+2+3 und x*2*3 zu vereinfachen.

Wir wollen auch 'gleichnamige' Terme zusammenfassen wie 2*x + 3*x, aber natürlich auch x*2 + 3*x oder x + x, 3*x + x usw. Alle diese Terme werden erfasst durch folgende Regeln:

```
a(X+X,V):- m(2*X,V).
a(Z*X+X,V):- a(Z+1,W), m(W*X,V).
a(X+Z*X,V):- a(Z+1,W), m(W*X,V).
a(Y*X+Z*X,V):- a(Y+Z,W), m(W*X,V).
m(X*Z,Z*X):- integer(Z).
```

Wegen der aufgenommenen Klausel für die Multiplikation *m*, brauchen wir für die Vereinfachung von Termen wie x*2 + 3*x keine eigenen weiteren Regeln *a*.

28) Ergänzen Sie entsprechende Fakten für die Subtraktion, so dass auch Terme wie x - x, 5*x - x*2 usw. vereinfacht werden.

Das Programm *vereinf.pro* auf der Diskette enthält alle bisher besprochenen Vereinfachungsregeln, es ist aber noch weit von einem generellen algebraischen Termvereinfacher entfernt, fehlen doch noch der Umgang mit Potenzen und Brüchen. (Die vielen Cuts im Programm haben nur eine Wirkung: es wird jeweils die erste passende Klausel gewählt, sie schneiden also nur alternative 'Lösungen' ab.) Die bisherige Diskussion macht sicher deutlich, wie viele Überlegungen in so simplen und meist geringgeschätzten Tätigkeiten wie den Termumformungen der Mittelstufenalgebra stecken.

H Parser und Interpreter

```
.--- ..- --- .--- --- --.
```

Nehmen wir an, Sie erhalten obige Botschaft. Sie vermuten, dass es sich um einen Morse-Text handelt, und kennen vielleicht die Morse-Regel, dass Buchstaben durch eine Pause (bzw. Lücke) getrennt werden. Nach dieser Regel zerlegen Sie den Text in einzelne Zeichenketten und mit Hilfe des Lexikons können Sie dann prüfen, ob es sich wirklich um reguläre Morse-Zeichen handelt. Bei dieser Gelegenheit werden Sie auch die Bedeutung der Zeichen notieren, so dass Sie die Botschaft interpretieren können.

An diesem einfachen Beispiel können wir die beiden grundlegenden Tätigkeiten beobachten, die uns in diesem Kapitel beschäftigen. Wir versuchen, Zeichenketten nach bestimmten Regeln in einfachere zu **zerlegen**, um die Korrektheit innerhalb eines formalen Systems zu überprüfen. Ist diese Korrektheit gesichert, so ist es oft nicht mehr schwierig, die Zeichenkette zu **interpretieren**.

Ein Programm, das eine Zeichenkette (z. B. ein PASCAL-Programm) zerlegt und auf ihre formale Korrektheit überprüft, wird von den Informatikern **Parser** genannt (engl.: to parse = nach grammatikalischen Regeln zerlegen). Ein **Interpreter** im engeren Sinn (der Informatik) ist ein Programm, das eine Zeichenkette in ein Maschinenprogramm übersetzt; wir verwenden das Wort hier im weiteren Sinn für Übersetzer von Zeichenketten in eine andere (vertrautere) Sprache.

Kehren wir zu unserem Beispiel zurück. Zeichenketten stellen wir am einfachsten (wenn auch nicht am bequemsten) durch Listen dar. Punkt und Strich müssten allerdings immer in Apostroph eingeschlossen werden, da sie in PROLOG Sonderzeichen sind; deshalb vereinbaren wir zu unserer Bequemlichkeit, dass die Morse-Texte als Listen mit den Elementen k, l, p (für kurz, lang, pause) vorgegeben seien; die obige Botschaft hieße also

```
[k,l,l,k,p,k,l,k,p,l,l,l,p,k,l,k,k,p,l,l,l,p,l,l,k].
```

Ein Parser ist in diesem Falle ein Prädikat *morsetext*, das eine Liste daraufhin überprüft, ob sie einen Morsetext darstellt. Der Aufruf

```
?-
morsetext([k,l,l,k,p,k,l,k,p,l,l,l,p,k,l,k,k,p,l,l,l,p,l,l,k
]).
```

soll also die Antwort *yes* ergeben. Als Interpreter definieren wir ein zweistelliges Prädikat *uebersetzung*, das zu einer Liste *Ms* von Morsezeichen die entsprechende Liste *Bs* von Buchstaben erzeugt. Dazu muss dem System zunächst mitgeteilt werden, welches die korrekten Morsebuchstaben sind und wie ihre Übersetzung lautet. Beides geht aus einer Datenbasis hervor, die eine Tabelle des Morsecodes darstellt:

```
morsecode([k,l],a).
morsecode([l,k,k,k],b).
morsecode([l,k,l,k],c).
morsecode([l,k,k],d).
morsecode([k],d).
. . .
morsecode([l,l,k,k],z).
morsecode([p],' ').
```

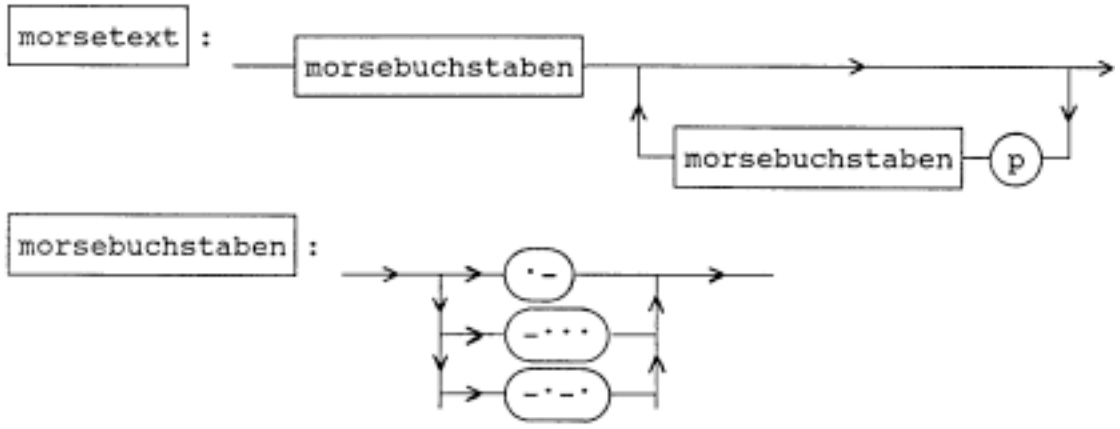
Die beiden gesuchten Prädikate müssen anhand der Pausen einen Text zerlegen; das geschieht rekursiv: Die Liste wird zerlegt in die Teilliste vor der ersten Pause und die Restliste, die wir uns als zerlegt vorstellen.

```
morsetext(Ms):- morsecode(Ms,A).
morsetext(Ms):- append(M1s,[p|Rs],Ms), morsecode(M1s,A),
                morsetext(Rs).
uebersetzung(Ms,[A]):- morsecode(Ms,A).
uebersetzung(Ms,Bs):- append(M1s,[p|Rs],Ms),
        morsecode(M1s,A), Bs=[A|BRs], uebersetzung(Rs,BRs).
```

Wie Sie sehen arbeiten Parser und Interpreter ganz entsprechend, insbesondere wird bei der Übersetzung die Korrektheit gleich mitüberprüft; ein unkorrekter Ausdruck ergibt die Ausgabe *no*.

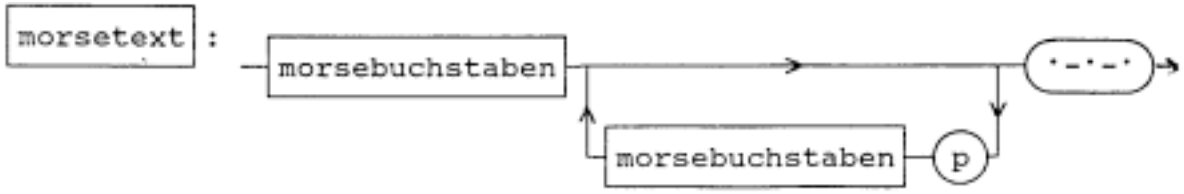
Übersetzen Sie zur Übung den Morsetext vom Anfang des Kapitels.

Formale Sprachen werden häufig durch **Syntaxdiagramme** beschrieben (Syntax = Gesamtheit der formalen Regeln). In unserem Beispiel gibt es nicht viele Regeln, deshalb ist auch das Syntaxdiagramm sehr übersichtlich:

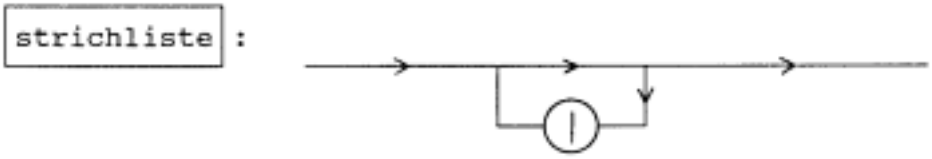


Da das Diagramm sehr einfach aber umfangreich ist, verzichten wir auf seine vollständige Wiedergabe. Das Leerzeichen haben wir durch den Buchstaben p symbolisiert. Terminalsymbole, das heißt Symbole, die letztendlich den Morsetext bilden, sind rund umrandet; Nichtterminalsymbole (sozusagen grammatikalische Begriffe) sind rechteckig umrandet. Die Einzeldiagramme werden in Pfeilrichtung durchlaufen, so dass ein Morsetext aus beliebig vielen Buchstaben bestehen kann, während ein Buchstabe nur aus einem der Terminalsymbole besteht.

1) Es werde vereinbart, dass jeder korrekte Morsetext mit dem Schlußzeichen '·–·–·' enden muss (siehe Syntaxdiagramm). Ändern Sie die Prädikate *morsetext* und *uebersetzung* entsprechend ab.



Natürliche Zahlen können durch Strichlisten dargestellt werden:
|, ||, |||, ||||, |||||, ||||||, |||||||, ||||||||, |||||||||, ||||||||||, . . .
Die einfache Bildungsregel wird im Syntaxdiagramm beschrieben:



In Worten: Eine Strichliste ist leer oder besteht aus einem Strich, oder aus zwei Strichen, usw. Diese iterative Formulierung müssen wir in PROLOG rekusiv formulieren (für den Strich wählen wir ab jetzt das Symbol 'i'):

```
strichliste([]).
strichliste([i|Rs]):- strichliste(Rs).
```

Als Interpreter wollen wir ein Prädikat *wert* bezeichnen, das den Zahlenwert einer Strichliste in der gewohnten Darstellung im Dezimalsystem ausweist.

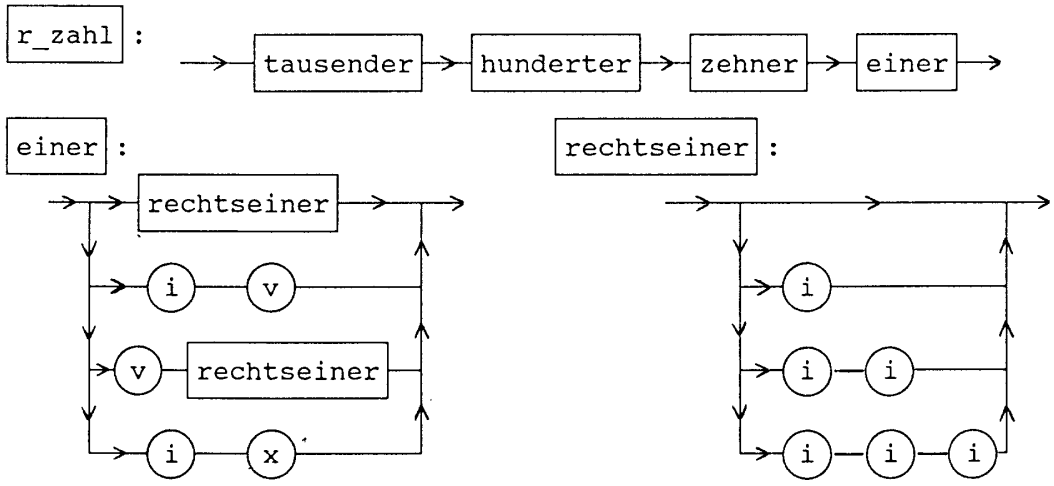
```
wert([],0).
wert([i|Rs],W):- wert(Rs,W1), W is W1+1.
```

2) Die Strichlistendarstellung einer Zahl wird übersichtlicher, wenn man Fünferblöcke zusammenfasst. Die Syntax lautet in Worten: Eine Strichliste besteht aus beliebig vielen Fünferblöcken gefolgt von 0, 1, 2, 3 oder 4 Strichen. Beschreiben Sie diese Syntax in einem Diagramm und schreiben Sie in PROLOG einen Parser und einen Interpreter. Verwenden Sie als Symbol für den Fünferblock ein 'v'.

Lange Zeit wurden Zahlen (wohl ausgehend von der obigen Strichlistendarstellung) mit römischen Ziffern dargestellt, z. B.

M C M X C I

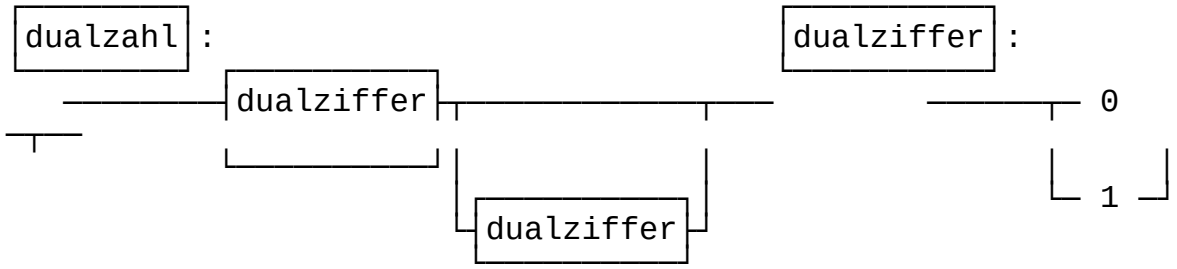
(im folgenden werden wir mit Rücksicht auf PROLOG kleine Buchstaben verwenden). Die Syntax ist um einiges verzwickter als bei den Strichlisten. Beruhigend ist, dass der Aufbau wie bei den Dezimalzahlen erfolgt: Ganz links die Tausender, dann die Hunderter, dann die Zehner, dann die Einer.



Mit 'rechtseiner' wurden Strichlisten bezeichnet, die rechts von einem größeren Zahlsymbol stehen dürfen. Die Regeln für Zehner, Hunderter, Tausender sind ganz entsprechend und wurden aus Platzgründen nicht aufgeführt.

3) Schreiben Sie einen Parser und einen Interpreter für die römischen Zahlen bis 999.

Nach dieser schwierigen Zahldarstellung wollen wir die einfachste betrachten: Das Dualzahlensystem. Die Einfachheit zeigt sich schon im Syntaxdiagramm:



Der Parser in PROLOG lautet entsprechend

```
dualzahl([X]):- dualziffer(X).
dualzahl([X|Rs]):- dualziffer(X), dualzahl(Rs).
dualziffer(0).
dualziffer(1).
```

Als Interpreter bezeichnen wir ein Prädikat *dual_dezimal*, das uns den Wert der Zahl im Dezimalsystem angibt. Während der Parser eine Dualzahl von links nach rechts überprüft, ist bei der Berechnung des Wertes die Abarbeitung von rechts nach links angebracht:

```
dual_dezimal([X],X):- dualziffer(X).
dual_dezimal(Ds,W):- append(Ls,[X],Ds), dualziffer(X),
                     dual_dezimal(Ls,W1), W is X + 2*W1.
```

4) Der Interpreter ist vom prozeduralen Standpunkt aus umständlich, da das Prädikat *append* bei der Zerlegung in Teilmengen von links nach rechts arbeitet. Verwenden Sie das Prädikat *revers*, um den Interpreter effizienter zu machen.

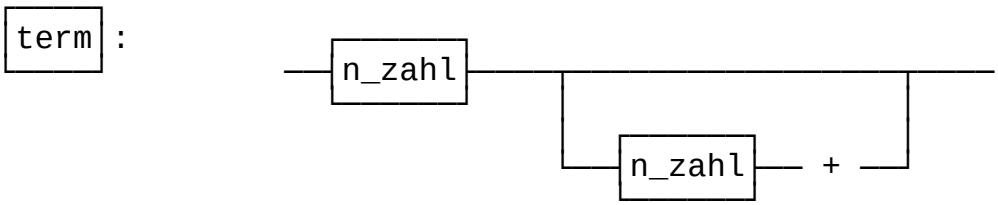
5) Schreiben Sie Parser und Interpreter für das Hexadezimalsystem. Dieses System hat die Basis 16 und mithin 16 Ziffern, die mit 0, 1, . . .,9, a, b, c, d, e, f bezeichnet werden.

Eine formale 'Sprache', die Sie schon lange kennen und gut beherrschen ist die Sprache der mathematischen **Terme**. Zwar entscheiden wir (ähnlich wie bei der Rechtschreibung) eher gefühlsmäßig, ob ein Term korrekt gebildet ist oder nicht, aber es ist uns klar, dass es für die Bildung dieser Ausdrücke auch formale Regeln gibt.

Welches Bildungsgesetz können wir etwa für mathematische Terme formulieren, die nur natürliche Zahlen und Pluszeichen enthalten? Einige **Beispiele**

3 + 4
3 + 4 +7
1 + 2 + 1 + 5

legen es nahe: Solche Terme bestehen abwechselnd aus Zahlen und Pluszeichen, wobei das erste und das letzte Zeichen Zahlen sind. Auch eine einzelne Zahl bezeichnen wir als Term.



Der Begriff der natürlichen Zahl werde hierbei als (dem Rechner) bekannt vorausgesetzt.

6) Schreiben Sie als Parser ein Prädikat *term* und als Interpreter ein Prädikat *termwert* zu diesem Syntaxdiagramm. Verwenden Sie dabei das Prüfprädikat

```
n_zahl(X):- integer(X), X>0.
```

Der Interpreter soll den Zahlwert des Terms berechnen. Repräsentieren Sie hierbei den Term als eine Liste von Zeichen, also z. B. 3+4 als [3,+,4].

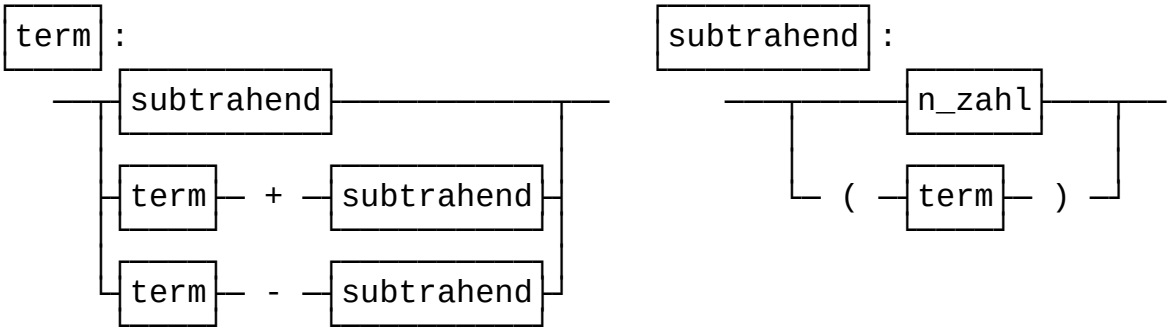
Als nächstes wollen wir noch das Minuszeichen und die Klammern zulassen. Die möglichen Ausdrücke werden schon etwas reichhaltiger, z. B.

(7 - 3) - 2 oder (3 - 1) + (4 - 1) oder 3 - (4 - (2 + 1)).

In Listenschreibweise:

```
['(',7,-,3,')',-,2], ['(',3,-,1,')',+,'(',4,-,1,')'],...
```

Die Beschreibung der Bildungsgesetze kann auf verschiedene Arten erfolgen; wir geben hier ein Syntaxdiagramm an, das auch schon den Interpreter im Blick hat, d. h. die Regeln so formuliert, dass sie später für die Termwerte übernommen werden können.



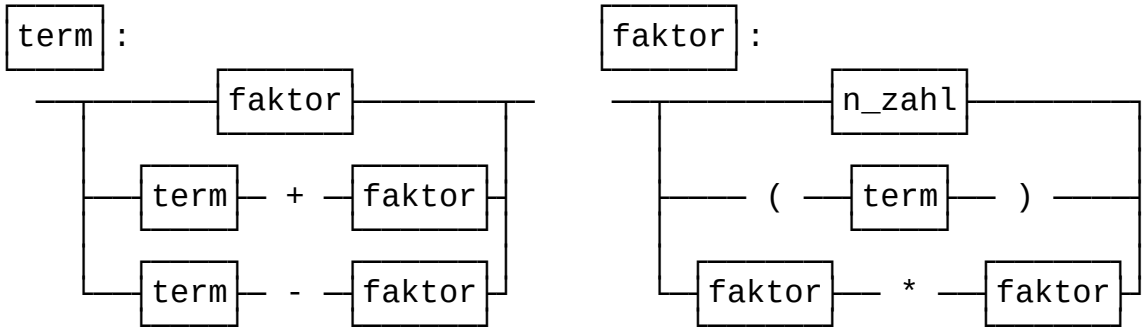
Als Subtrahend bezeichnen wir einen Term, der von einem anderen subtrahiert werden kann (aber auch für sich allein stehen kann). Die obige Formulierung ist rekursiv, da die Begiffe 'term' und 'subtrahend' sich gegenseitig aufrufen. Den Parser bezeichnen wir wieder mit *term*, den Interpreter mit *termwert*. Die Prädikate sind direkte Übertragungen des Diagramms.

```
term(Ts):- subtrahend(Ts).
term(Ts):- append(T1s,[+|Ss],Ts), term(T1s), subtrahend(Ss).
term(Ts):- append(T1s,[-|Ss],Ts), term(T1s), subtrahend(Ss).
subtrahend([Z]):- n_zahl(Z).
subtrahend(['('|Ls]):- append(Ts,[')'],Ls), term(Ts).
termwert(Ts,W):- subtrahendwert(Ts,W)
termwert(Ts,W):- append(T1s,[+|Ss],Ts), termwert(T1s,W1),
                 subtrahendwert(Ss,W2), W is W1 + W2.
termwert(Ts,W):- append(T1s,[-|Ss],Ts), termwert(T1s,W1),
                 subtrahendwert(Ss,W2), W is W1 - W2.
subtrahendwert([Z],Z):- n_zahl(Z).
```

```
subtrahendwert(['('|Ls],W):- append(Ts,[')'],Ls),
                             termwert(Ts,W).
```

Überzeugen Sie sich, dass der Interpreter *termwert* die Arbeit von *term* gleichsam nebenbei erledigt. Es werden also nur Werte für korrekt gebildete Terme ausgegeben.

Das Hinzufügen des Multiplikationszeichens macht nicht viel Mühe, wenn man sich überlegt, dass ein Subtrahend, also eine Zahl oder ein Term in Klammern, immer auch als Faktor dienen kann. Ein Term kann das Produkt von zwei Faktoren sein. Wir ersetzen den Begiff 'Subtrahend' durch 'Faktor' und wandeln das Syntaxdiagramm entsprechend ab:



7) Schreiben Sie Parser und Interpreter zu diesem Syntaxdiagramm.

8) Wir wollen bei unseren Termen nicht nur Zahlen sondern auch die Buchstaben 'a', 'b', 'c' zulassen. Außerdem soll auch die Division (dargestellt durch '/') möglich sein. Ändern Sie das Syntaxdiagramm und den Parser entsprechend ab.

9) Ändern Sie den Parser so ab, dass als Grundelemente die 4 Rechenzeichen der Grundrechenarten und die Buchstaben 'a', 'b' und 'c' auftreten. Sie können dann den Parser auch als erzeugendes Prädikat verwenden. Wollen Sie z. B. alle Terme der Länge 5 erzeugen lassen, so fragen Sie

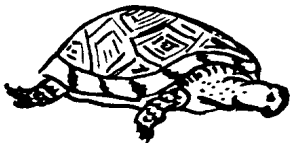
   ```
   ?- Ts=[A,B,C,D,E], term(Ts).
   ```

10) Im obigen Diagramm steht (links unten) die Regel: 'Ein Term minus ein Faktor ist ein Term'. Wäre es nicht bequemer zu sagen: 'Ein Term minus ein Term ist ein Term'?

11) Entfernt man aus einem korrekten Term alle Zeichen mit Ausnahme der Klammern, so entsteht ein Ausdruck, den wir hier K-term nennen wollen. Beschreiben Sie umgangssprachlich und durch ein Syntaxdiagramm die Bildungsregeln für K-Terme. Schreiben Sie einen Parser *k_term*.

Wahrscheinlich sind Sie in LOGO, COMAL oder PASCAL schon der **Turtle** (bzw. bei deutschen Versionen dem Igel) begegnet, einem kleinen Tier, das durch ein geometrisches Symbol auf dem Bildschirm angedeutet wird.

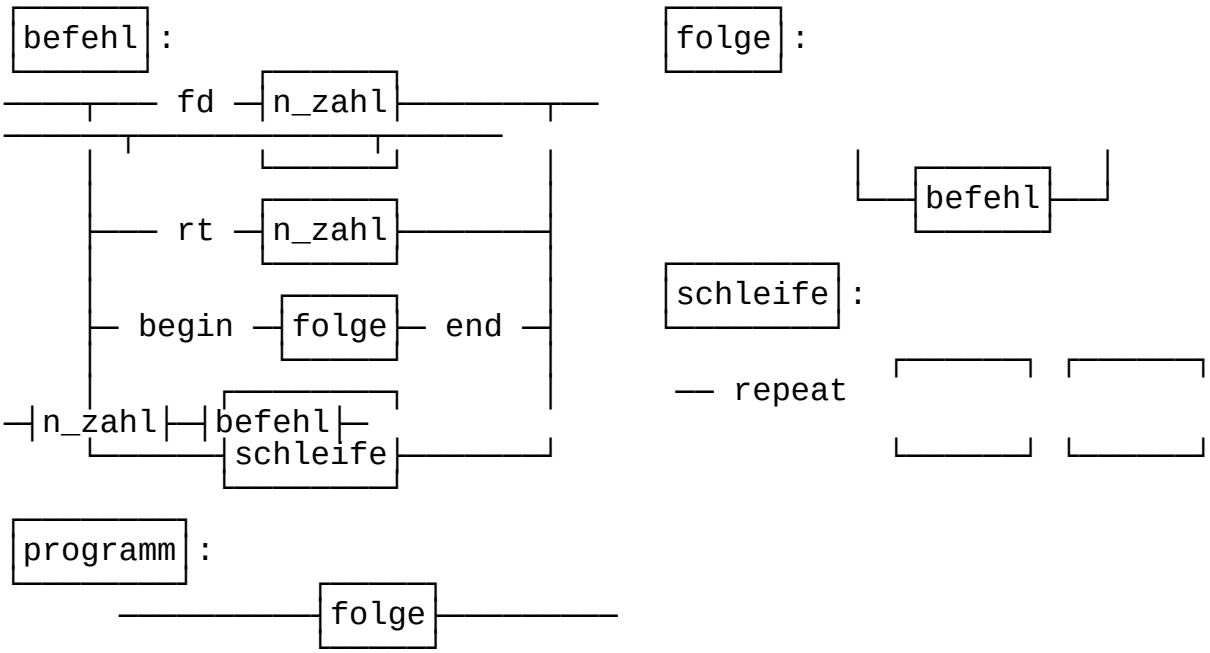
Wir wollen hier eine kleine Programmiersprache zum Steuern der Turtle entwerfen und lassen uns dabei natürlich von den oben genannten Sprachen leiten. Die Turtle soll zwei Befehle verstehen: **fd** (lies: forward) und **rt** (lies: right). Dabei heißt z. B.



fd(20) gehe 20 Schritte nach vorn (d. h. deiner Nase nach)

rt(45) drehe dich um 45^{o} nach rechts.

Wir wollen, dass die Turtle Folgen solcher Befehle versteht. Außerdem sollen Befehle (und Folgen von Befehlen) wiederholt werden können. Die Sprache, die wir uns vorstellen, beschreiben wir durch ein Syntaxdiagramm:



Der Begiff 'n_zahl' (natürliche Zahl) wird wieder als bekannt vorausgesetzt.

12) Schreiben Sie einen Parser zu diesem Syntaxdiagramm.

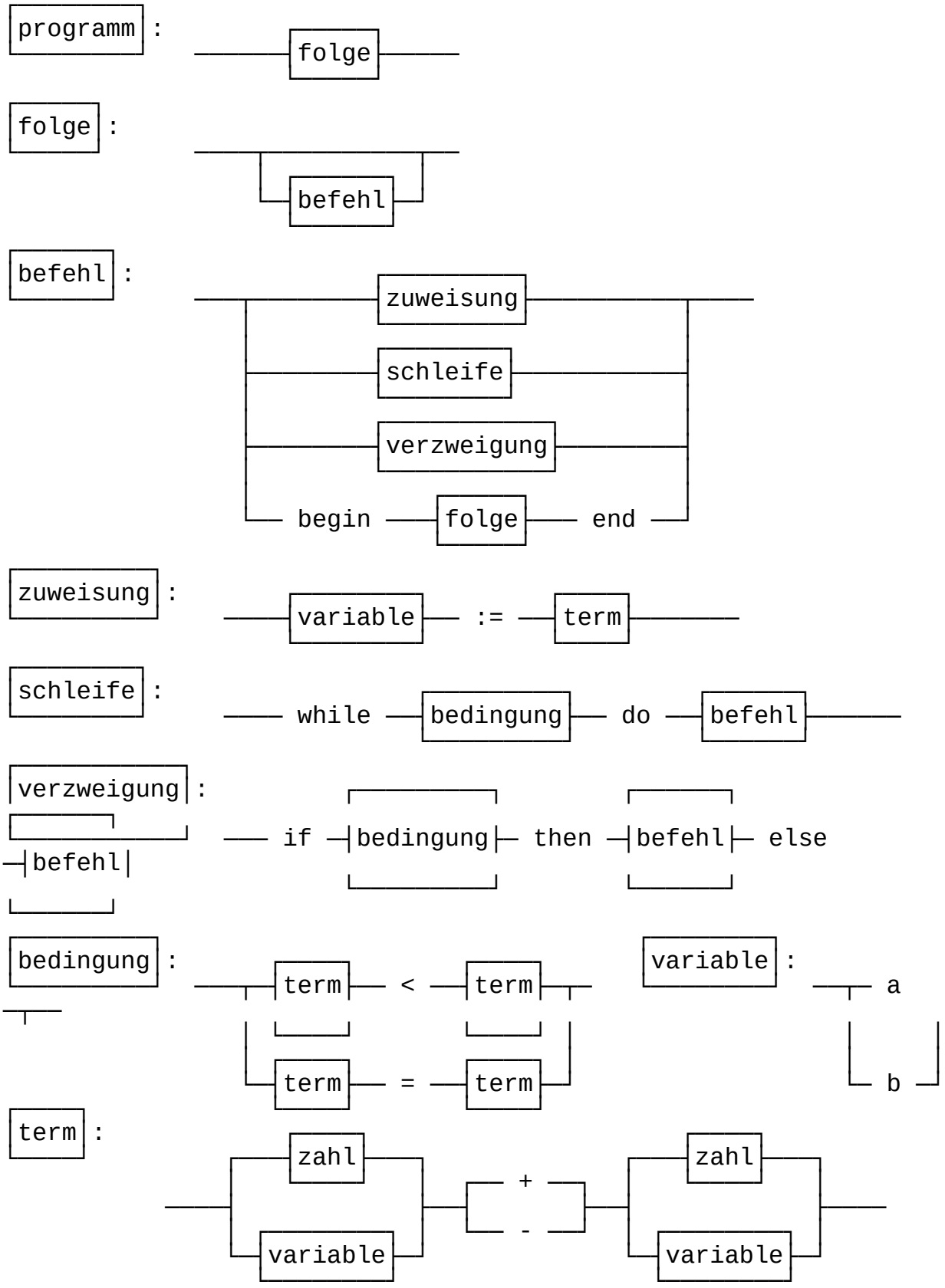
Schön wäre ein Interpreter zu dieser Sprache, der dafür sorgt, dass der Weg der Turtle auf den Bildschirm gezeichnet wird, so wie ihn das Programm vorschreibt. Wenn ihre PROLOG-Version über Turtle-Grafik verfügt, ist das einfach. Nehmen wir an, die entsprechenden Befehle hießen *forward* und *right*, so wäre der Interpreter *tue_programm* definiert durch:

```
tue_befehl([fd,Z]):- n_zahl(Z), forward(Z).
tue_befehl([rt,Z]):- n_zahl(Z), right(Z).
tue_befehl([begin|Rs]):- append(Fs,[end],Rs), folge(Fs),
                         tue_folge(Fs).
tue_befehl(Ss):- schleife(Ss), tue_schleife(Ss).
tue_folge([]).
tue_folge(Fs):- append(Bs,F1s,Fs), befehl(Bs), folge(F1s),
                tue_befehl(Bs), tue_folge(F1s).
tue_schleife([repeat,1|Rs]):- tue_befehl(Rs).
tue_schleife([repeat,Z|Rs]):- n_zahl(Z), Z>1,
                              tue_befehl(Rs), Z1 is Z - 1,
tue_schleife([repeat,Z1|Rs]).
tue_programm(Fs):- tue_folge(Fs).
```

Das Programm setzt die Prädikate *befehl*, *folge*, *schleife*, *n_zahl* voraus, die im Parser definiert worden sind.

13) Falls Sie eine PROLOG-Version mit Turtle-Grafik haben, geben Sie das Programm (ggf. abgeändert) ein. Falls ihre Version nur Kordinatengrafik erlaubt, müssen Sie die obigen Befehle auf diese Grafik umrechnen. Das geht allerdings über den Rahmen dieses Buches hinaus. Falls ihre Version überhaupt keine Grafik besitzt, können Sie einen Plotter über den Druckerport steuern; aber auch dabei haben Sie das Problem, dass Sie die Turtle-Grafik in Koordinatengrafik umwandeln müssen. Auf der Diskette finden Sie die Lösungen für diese Aufgaben. Die angemessenste Form des Interpreters ist ein Programm, das eine Turtle über ein Interface steuert.

14) Das untenstehende Diagramm soll die Syntax einer kleinen PASCAL-ähnlichen Programmiersprache darstellen. Schreiben Sie einen Parser in PROLOG.


programm :
folge
folge :
befehl
befehl :
zuweisung
schleife
verzweigung
begin
folge
end
zuweisung :
variable
:=
term
schleife :
while
bedingung
do
befehl
verzweigung :
befehl
if
bedingung
then
befehl
else
bedingung :
term
<
term
term
=
term
variable :
a
b
term :
zahl
variable
+
-
zahl
variable

I Sprachverarbeitung

Schon in Kapitel 2 hatten wir die Grammatik einer kleinen Teilmenge unserer Umgangssprache formuliert, die einfache Sätze erlaubt wie z. B.

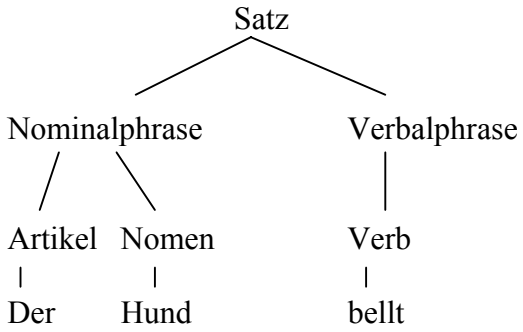
Der Hund bellt.
Der Hase flieht.
Der Fuchs flieht.
Der Jäger schießt.

Wir wollen versuchen, auch größere Teilmengen unserer Umgangssprache zu erfassen. Da es dabei ganz verschieden lange Sätze gibt, geben wir den Ansatz aus Kapitel 2 wieder auf und fassen einen Satz nun als eine Liste von Wörtern auf. Unsere Beispiele schreiben wir also so:

```
[der,hund,bellt]
[der,hase,flieht]
[der,fuchs,flieht]
[der,jaeger,schiesst]
```

Wie stellen wir fest, ob diese Listen von Wörtern eine korrekten Satz bilden? Die Linguisten geben uns dazu Regeln an, einige davon wollen wir in PROLOG formulieren.

Eine grundlegende Regel besagt, dass ein Satz aus Nominalphrase und Verbalphrase besteht. In unseren einfachen Beispielen besteht die Nominalphrase aus Artikel und Nomen, die Verbalphrase aus dem Verb. Ersetzt man die grammatikalischen Begriffe Artikel, Nomen, Verb durch entsprechende konkrete Wörter (die Terminalsymbole), so erhält man einen korrekten Satz.



Nach PROLOG übersetzt lauten diese Regeln:

```
satz(S):- append(NP,VP,S), nominalphrase(NP),
          verbalphrase(VP).
nominalphrase([A,N]):- artikel(A), nomen(N).
verbalphrase([V]):- verb(V).
artikel(der).
nomen(hund).
nomen(hase).
nomen(fuchs).
nomen(jaeger).
verb(bellt).
verb(flieht).
verb(schiesst).
```

1) Geben Sie das Programm ein oder laden Sie es von der Diskette. Überprüfen Sie Beispielsätze, ob sie den obigen Regeln genügen und erzeugen Sie erlaubte Sätze durch entsprechende Anfragen:

```
?- satz([der,jaeger,bellt]).
?- satz([flieht,der,hase]).
?- satz(Ls).
```

2) Es sollen zusätzlich auch die kurzen Sätze mit einem Personalpronomen erlaubt sein:

   Er bellt.

   Er flieht.

   Er schießt.

   Formulieren Sie dazu eine zusätzliche Klausel für die Nominalphrase.

Bei unseren einfachen Sätzen ist es leicht, aus dem Aussagesatz einen Fragesatz zu machen; wir müssen nur die Reihenfolge von Nominalphrase und Verbalphrase vertauschen und ein Fragezeichen hinten anhängen:

Aus "Der Jäger schießt" wird "Schießt der Jäger?", aus "Er flieht" wird "Flieht er?".

Dies wollen wir nun in PROLOG mit einem Prädikat *aussage_frage(As,Fs)* nachvollziehen, wobei *Fs* die zu *As* gehörende Frageform sein soll. Wir fügen dieses Prädikat zu obigem Programm hinzu.

```
aussage_frage(As,Fs):-append(NP,VP,As),

nominalphrase(NP),verbalphrase(VP),
                      append(VP,NP,F1s),
                      append(F1s,['?'],Fs).
```

Das Prädikat wurde geschrieben, um einen Aussagesatz in einen Fragesatz umzuwandeln, es kann aber auch für die umgekehrte Aufgabe dienen.

3) Übernehmen Sie das Prädikat in das Programm und stellen Sie Anfragen:

```
?- aussage_frage([der,hund,bellt],Fs).
?- aussage_frage([er,flieht],Fs).
?- aussage_frage([das,geht,nicht],Fs).
?- aussage_frage(As,[flieht,der,jaeger,'?']).
?- aussage_frage(As,Fs).
```

4) Wie Sie gesehen haben, schafft das Prädikat *aussage_frage* auch die Umwandlung einer Frage in die entsprechende Aussage. Wenn Sie sich allerdings die Abarbeitung einer solchen Anforderung überlegen, sehen Sie, dass dies sehr ineffektiv geschieht. Besser wäre in solch einem Fall ein Prädikat *frage_aussage*, das einen Fragesatz in den entsprechenden Aussagesatz umwandelt. Schreiben Sie dieses Prädikat.

5) Schreiben Sie ein Prädikat *aussage_nachfrage(As,Fs)*, das zu einer Aussage die entsprechende Nachfrage konstruiert. **Beispiele**:

   "Der Jäger schießt.", "Wer schießt?

   "Er flieht.", "Wer flieht?"

6) Schreiben Sie ein Prädikat *uebersetzung_d_e(Ds,Es)*, das einen deutschen Satz *Ds* in den entsprechenden englischen Satz *Es* übersetzt. Fügen Sie dazu zunächst die benötigten Vokabeln der Datenbasis hinzu:

```
deutsch_engl(der,the).
deutsch_engl(hund,dog).
deutsch_engl(fuchs,fox).
deutsch_engl(jaeger,hunter).
deutsch_engl(bellt,barks).
```

usw.

Es sollen nur deutsche Sätze, die nach den obigen Regeln gebildet sind, übersetzt werden. Da bei allen diesen Sätzen die Reihenfolge der Wörter erhalten bleibt, können wir die Übersetzung rekursiv definieren: Die Übersetzung einer Liste *Ds* ist die Liste *Es*, die als erstes Element das übersetzte erste Element von *Ds* und als Restliste die Übersetzung der Restliste besitzt.

Bis jetzt haben wir uns nur mit sehr kurzen Sätzen beschäftigt, wir wollen sie etwas ausschmücken und auch Sätze zulassen wie

Der große Hund bellt.

Der große, dicke Jäger schießt.

Der große, große, dicke Fuchs flieht.

Dazu müssen wir zwischen Artikel und Nomen eine Adjektivliste einfügen. Damit die bisherigen Sätze weiterhin in unserer Sprache enthalten sind, vereinbaren wir, dass diese Liste auch leer sein darf. Andererseits wollen wir, dass diese Liste beliebig viele Adjektive enthalten kann. Das führt zu der rekursiven Definition

```
adjektivliste([]).
adjektivliste([X|Rs]):- adjektiv(X), adjektivliste(Rs).
```

Natürlich müssen jetzt einige Adjektive in der Datenbasis abgelegt sein und die Regel für die Nominalphrase muss abgeändert werden:

```
adjektiv(gross).
adjektiv(dick).
adjektiv(schoen).
nominalphrase([A|Rs]):- artikel(A), append(AL,[N],Rs),
                        adjektivliste(AL), nomen(N).
```

7) Nehmen Sie die obigen Regeln in das Programm auf. Stellen Sie Anfragen, um Sätze auf ihre Korrektheit zu überprüfen. Da die obigen Regeln unendlich viele Sätze zulassen, gelingt es nicht mehr, alle Sätze der Sprache zu erzeugen. Versuchen Sie vorauszusagen, was bei den folgenden Anfragen geschieht:

```
?- satz(Ls).
?- satz([X1,X2,X3,X4,X5]).
```

Sie haben sicher schon bemerkt, dass unsere Regeln nur deshalb stimmen, weil der Wortschatz nur männliche Artikel und Nomen enthält. Diesen aus feministischer und linguistischer Sicht erheblichen Mangel wollen wir nun beheben. Wir lassen auch die Artikel 'die' und 'das' und Nomen wie 'Frau' und 'Kind' zu. Dann stimmt die obige Regel für die Nominalphrase nicht mehr, denn nicht jeder Artikel ergibt mit einem Nomen eine Nominalphrase. Es liegt nur dann eine korrekte Nominalphrase vor, wenn Artikel und Nomen im Geschlecht übereinstimmen. Um dies in PROLOG auszudrücken, führen wir folgende Änderungen durch:

```
nominalphrase([A,N]):- artikel(A,G), nomen(N,G).
artikel(der,m).
artikel(die,w).
artikel(das,s).
nomen(hund,m).
nomen(frau,w).
nomen(kind,s).
```

Die Nominalphrase besteht aus Artikel und Nomen, die im Geschlecht übereinstimmen müssen, die Prädikate *artikel* und *nomen* sind jetzt zweistellig, wobei die zweite Stelle das Geschlecht bezeichnet.

8) Schreiben Sie nach obiger Anleitung ein Programm, das eine kleine 'Sprache' beschreibt mit den Artikeln 'der', 'die', 'das', 'ein', 'eine' und 'ein', mit den Nomen 'Jäger', 'Hund', 'Frau', 'Kind', 'Katze', mit den Personalpronomen 'er', 'sie', 'es' und mit den Verben 'schießt', 'bellt' und 'flieht'.

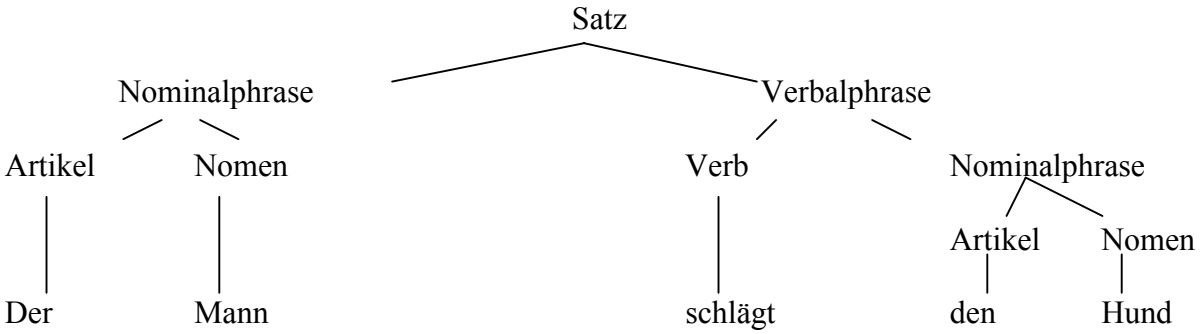
Wir wollen jetzt die Regeln der vorigen Aufgabe so erweitern, dass außer den bisherigen Sätzen auch die folgenden enthalten sind:

Der Jäger schlägt den Hund.

Die Frau begegnet dem Jäger.

Das Kind widerspricht der Frau.

Die Verbalphrase kann also jetzt auch aus Verb und anschließender Nominalphrase bestehen, wie das Diagramm andeutet:



Das Diagramm beschreibt allerdings die Grammatik nur unvollständig, da in ihm die Deklination des Objekts noch nicht ausgedrückt ist. Dazu muss man wissen, dass nach 'schlägt' der Akkusativ folgt, nach 'begegnet' der Dativ, dass nach 'bellt' kein Objekt kommen kann usw. Dies müssen wir in unserer Datenbasis vermerken, indem wir das Prädikat *verb* zweistellig machen und in der zweiten Stelle den Fall vermerken. Die grammatikalischen Fälle müssen in den Regeln berücksichtigt werden: Die vordere Nominalphrase steht im Nominativ, der Fall der hinteren Nominalphrase richtet sich nach dem Verb. Da der Fall der Nominalphrase sich vor allem im Artikel äußert, wird jetzt das Prädikat *artikel* dreistellig, die dritte Stelle notiert den Fall. Insgesamt ergibt sich folgendes Programm:

```
satz(S):- append(NP,VP,Ls), nominalphrase(NP,n),
          verbalphrase(VP).
nominalphrase([A,N],F):- artikel(A,G,F), nomen(N,G).
nominalphrase([P],F):- pronomen(P,F).
verbalphrase([V]):- verb(V,o).
verbalphrase([V|NP]):- verb(V,F), F\=o,
                       nominalphrase(NP,F).
artikel(der,m,n).
artikel(die,w,n).
artikel(das,s,n).
artikel(dem,m,d).
artikel(der,w,d).
artikel(dem,s,d).
artikel(den,m,a).
. . .
verb(bellt,o).
verb(begegnet,d).
verb(schlaegt,a).
. . .
pronomen(er,n).
pronomen(ihm,d).
pronomen(ihn,a).
. . .
```

9) Vervollständigen Sie das oben angedeutete Programm. Ändern Sie die Regeln so ab, dass Adjektive möglich sind:

   "Der große, dicke Jäger begegnet der schönen Frau."

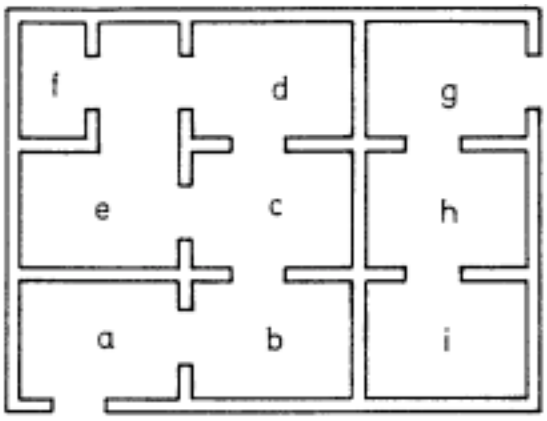
   "Das Kind schlägt den großen, großen Hund."

   "Die schöne, große Katze flieht."

   Erfragen Sie alle Sätze dieser Sprache, die fünf Wörter enthalten.

Weitere Aufgaben können Sie sich jetzt selbst ausdenken, da Sie sicher sehen, was dieser kleinen Sprache noch am dringensten fehlt. Als nächstes müsste man wohl den Plural und die verschiedenen Zeiten berücksichtigen, vielleicht können Sie auch noch Relativsätze zulassen. So können Sie versuchen, eine etwas größere Teilmenge der deutschen Sprache über formale Regeln zu erfassen.

J Suchen



Der nebenstehende Plan zeigt den Grundriß eines Hauses. Wir legen in einer Datenbasis nieder, welche Zimmer durch eine Tür verbunden sind:

```
tuer(a,b).   tuer(d,e).
tuer(b,c).   tuer(e,f).
tuer(c,d).   tuer(g,h).
tuer(c,e).   tuer(h,i).
```

Wenn eine Tür vom Raum X in Raum Y führt, so natürlich auch umgekehrt von Raum Y in Raum X. Um diese Symmetrie von *tuer* auszudrücken, müssen wir für jeden *tuer*-Fakt einen zweiten, mit vertauschtem Argument ergänzen:

```
tuer(b,a).   tuer(e,d).
...          ...
```

Eine andere Möglichkeit ist, ein neues Prädikat *benachbart(X,Y)* einzuführen, das zutrifft, wenn Raum X mit Raum Y durch eine Tür verbunden ist:

```
benachbart(X,Y):- tuer(X,Y).
benachbart(X,Y):- tuer(Y,X).
```

In unserem Haus können wir von Zimmer a nach Zimmer f gelangen, nicht aber nach Zimmer h. Wir wollen ein Prädikat *verbunden(X,Y)* definieren, mit dem wir abfragen können, ob Raum X mit Raum Y verbunden ist. Naheliegend ist diese rekursive Idee:

Sicher ist X mit sich selbst verbunden. Außerdem ist X mit Y verbunden, wenn ein Nachbarzimmer Z von X mit Y verbunden ist.

```
verbunden(X,X).
verbunden(X,Y):- benachbart(X,Z), verbunden(Z,Y).
```

1) Testen Sie das Programm mit den Anfragen

```
?- verbunden(a,f).
?- verbunden(a,X).
?- verbunden(a,h).
```

Bei der ersten Anfrage scheint das Programm befriedigend zu arbeiten, stutzig macht allerdings, dass endlos Alternativen angeboten werden. Die zweite Anfrage liefert alle von a aus erreichbaren Zimmer, allerdings wiederholt. Die letzte Anfrage führt zum 'Absturz', das Programm verheddert sich in einer Endlosschleife: PROLOG sucht immer weiter Zimmer, die von a aus erreichbar sind, in der Hoffnung einmal nach h zu kommen und merkt nicht, dass es im Labyrinth der linken Haushälfte im Kreise herumirrt.

2) Das Prädikat *verbunden(X,Y)* ist völlig analog definiert wie das Prädikat *vorfahr1(X,Y)* in Kapitel 4. Woran liegt es, dass das *vorfahr1*-Programm einwandfrei arbeitet, das *verbunden*-Programm nicht?

Der klassische Fall einer erfolgreichen Labyrinthsuche ist uns aus grauer Vorzeit bekannt: Ariadne gab damals Theseus einen Faden, an dem er erkennen konnte, ob er einen Raum des minoischen Labyrinths bereits betreten hatte oder nicht. Einen solchen Ariadnefaden verwenden auch wir: In einer Liste notieren wir jeden Raum, den wir besuchen und bevor wir einen Raum betreten, schauen wir auf der Liste nach, ob er dort schon verzeichnet ist. Wir betreten den Raum nur, wenn er in unserer Liste besuchter Räume nicht schon aufgeführt ist. Zu Beginn besteht die Liste aus dem Startzimmer, sind wir am Ziel angekommen, enthält unsere Liste in der Folge der besuchten Zimmer den Weg, der vom Start zum Ziel führt. Für diese 'Buchführung' braucht unser Prädikat *verbunden* eine dritte Variable:

```
/* verbunden(X,Y,Ws) heißt, Ws ist die Liste der Zimmer,
die Raum X mit Raum Y verbinden.  */
```

Im gezeichneten Beispiel wäre [a,b,c,e,f] ein Weg, der Raum a mit Raum f verbindet, [a,b,c,d,e,f] ein anderer solcher Weg. Die gesuchte Wegliste entsteht dadurch, dass wir zur einelementigen Liste [a] (a war der Start), geeignete Elemente hinzufügen. Da dieses Hinzufügen am Kopf einer Liste einfacher geschieht als hinten, vereinbaren wir, die Wegliste *Ws* gerade umgekehrt zu

schreiben, also den Start *a* ganz hinten, das Ziel *f* ganz vorne. Diese Idee der Wegerweiterung wird in nachstehenden Klauseln festgehalten:

```
verbunden(X,Y,Ws):- erweitert([X],Ws), endet(Ws,Y).
endet([K|Rs],K).
erweitert(Ls,Ls).
erweitert(Ls,Ms):-dir_erweitert(Ls,Ns),erweitert(Ns,Ms).
dir_erweitert(Ls,[Z|Ls]):- endet(Ls,K),
            benachbart(K,Z), not element(Z,Ls).
```

Also: *Ws* ist ein Weg der *X* mit *Y* verbindet, wenn *Ws* den Weg [*X*] erweitert und in *Y* endet. Die Wegerweiterung definieren wir rekursiv: Ein Weg *Ms* erweitert den Weg *Ls*, wenn *Ms* die direkte Erweiterung [*Z*|*Ls*] von *Ls* erweitert. Dabei ist *Z* ein Nachbarzimmer des Kopfelements *K* von *Ls*, das nicht schon besucht wurde, d. h. das in der Wegliste *Ls* nicht aufgeführt ist. Der Rekursionsabbruch ist trivial. Das Prädikat *erweitert* ist ganz analog definiert wie das Prädikat *vorfahr1* in Kapitel 4. Um Zyklen zu vermeiden (siehe Aufgabe 2) beziehen wir uns nicht auf Zimmer, sondern auf Listen von Zimmern.

Für das vollständige Programm müssen wir noch das Prädikat *element* aus Kapitel 5 hinzufügen. Die Lösung unseres Problems erfolgt nun durch den Aufruf

```
?- verbunden(a,f,Ws).
```

3) Testen Sie das neue Prädikat *verbunden* durch die Aufrufe:

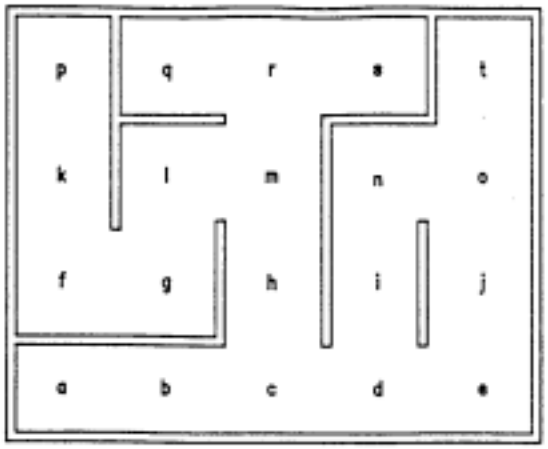
```
?- verbunden(a,f,Ws).    ?- verbunden(X,Y,[c,d,e]).
?- verbunden(f,a,Ws).    ?- verbunden(a,X,Ws).
?- verbunden(a,h,Ws).    ?- verbunden(X,Y,Ws).
```

4) Unser Prädikat *verbunden(X,Y,Ws)* liefert den Weg *Ws* von *X* nach *Y* in umgekehrter Reihenfolge. Ändern und ergänzen Sie das Programm derart, dass *Ws* die besuchten Räume in korrekter Reihenfolge enthält. Verwenden Sie hierfür das Prädikat *revers* aus Kapitel 5.

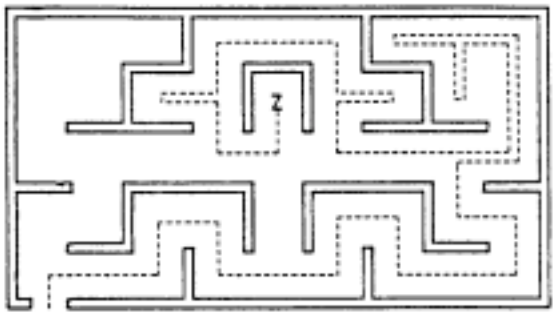
5) Lassen Sie das Programm einen Weg durch das nebenstehende Labyrinth von Zelle a nach Zelle p suchen. Um PROLOG bei der Arbeit zuschauen zu können, fügen wir in die Regel für *verbunden* ein *write*-Prädikat ein:

```
verbunden(X,Y,Ws):-
     erweitert([X],Ws),
     write(Ws), nl,
     endet(Ws,Y).
```

Jetzt wird jeder Weg *Ws*, den PROLOG für die Lösung in Erwägung zieht, aufgeschrieben. Dadurch können wir beim Backtracking zusehen.



6) Jede Zelle des unteren Labyrinths ist in naheliegender Weise durch ein Zahlenpaar, (seine Koordinaten) gekennzeichnet. Wir beschreiben die Zellen durch z(1,1), z(1,2), usw. Dabei ist z(1,1) die Zelle links unten, z(9,5) die Zelle rechts oben. Schreiben Sie ein Programm, das den Weg von z(1,1) nach z(5,4) sucht.



Falls ihre Version Grafikmöglichkeiten besitzt, können Sie das Labyrinth und den gefundenen Weg zeichnen lassen. Vielleicht schaffen Sie es sogar, das Backtracking grafisch darzustellen. Falls Sie keine Grafikmöglichkeit haben, können Sie dasselbe mit einem Plotter erreichen. Auf der Diskette sind zu diesen Möglichkeiten Vorschläge gemacht.

Die Lösung vieler Probleme läßt sich als Suche eines 'Weges' von einem vorgegebenen Anfangszustand zu einem gewünschten Endzustand auffassen, wobei eine Menge möglicher Zustände zu durchlaufen ist, zwischen denen Übergänge nach den Regeln des Problems stattfinden können. Als Beispiel betrachten wir das berühmte Problem der Überfahrten:

Ein Bauer steht mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf am Nordufer eines Flusses. Es gibt ein Boot zum Übersetzen, doch kann es außer dem Bauer nur einen weiteren Passagier befördern. Wolf und Ziege sowie Ziege und Kohlkopf dürfen nicht allein an einem Ufer zurückgelassen werden. Wie kann der Bauer alle heil zum Südufer befördern?

Wir müssen zuerst eine geeignete Datenstruktur zur Beschreibung der Zustände unseres Problems wählen. Eine Möglichkeit sind Viertupel *z(Bauer,Wolf,Ziege,Kohlkopf)*, die angeben, auf welcher Seite des Flusses sich jeder der Akteure gerade befindet. Beispielsweise be-schreibt *z(n,s,n,s)* den Zustand, dass sich Bauer und Ziege auf der Nordseite, Wolf und Kohlkopf auf der Südseite des Flusses befinden. Der Anfangszustand ist also *z(n,n,n,n)*, der gewünschte Endzustand *z(s,s,s,s)*. Es ist nicht schwer, die erlaubten Zwi-

schenzustände alle einzeln aufzuführen, wir können sie aber auch durch geeignete Klauseln beschreiben:

```
erlaubt(z(B,W,Z,K)):- not illegal(z(B,W,Z,K)).
illegal(z(B,W,Z,K)):- W=Z, gegenueber(B,Z).
     /* Wolf frißt Ziege */
illegal(z(B,W,Z,K)):- Z=K, gegenueber(B,Z).
     /* Ziege frißt Kohl */
gegenueber(n,s).
gegenueber(s,n).
```

Zustände sind benachbart, wenn sie durch mögliche Überfahrten ineinander übergehen. So sind *z(n,n,n,n)* und *z(s,n,s,n)* benachbart, da sie durch die Überfahrt 'Bauer mit Ziege' auseinander hervorgehen. Es gibt vier verschiedene Arten von Übergängen zwischen zwei Zuständen: Bauer rudert allein, Bauer rudert mit Wolf, Bauer rudert mit Ziege und Bauer rudert mit Kohlkopf. Jeder Übergang führt zu einer Klausel, die ausdrückt, dass zwei Zustände 'benachbart' sind:

```
/* Bauer rudert allein:  */
benachbart(z(B1,W,Z,K),z(B2,W,Z,K)):- gegenueber(B1,B2),
     erlaubt(z(B1,W,Z,K)), erlaubt(z(B2,W,Z,K)).
/* Bauer rudert mit Wolf:  */
benachbart(z(B1,B1,Z,K),z(B2,B2,Z,K)):- gegenueber(B1,B2),
     erlaubt(z(B1,B1,Z,K)), erlaubt(z(B2,B2,Z,K)).
/* Bauer rudert mit Ziege:  */
benachbart(z(B1,W,B1,K),z(B2,W,B2,K)):- gegenueber(B1,B2),
     erlaubt(z(B1,W,B1,K)), erlaubt(z(B2,W,B2,K)).
/* Bauer rudert mit Kohlkopf:  */
benachbart(z(B1,W,Z,B1),z(B2,W,Z,B2)):- gegenueber(B1,B2),
     erlaubt(z(B1,W,Z,B1)), erlaubt(z(B2,W,Z,B2)).
```

7) Geben Sie das Programm ein und ergänzen Sie die Klauseln für das Prädikat *verbunden* oder laden Sie die Programme *bauer.pro* und *wegsuche.pro*. Lassen Sie PROLOG das Problem lösen mit dem Aufruf

   ```
   ?- verbunden(z(n,n,n,n),z(s,s,s,s),Ws).
   ```

   Geben Sie explizit die einzelnen möglichen Zustände des Problems und ihre Verbindungen ein und lassen Sie PROLOG den Weg vom Anfangszustand zum Endzustand suchen.

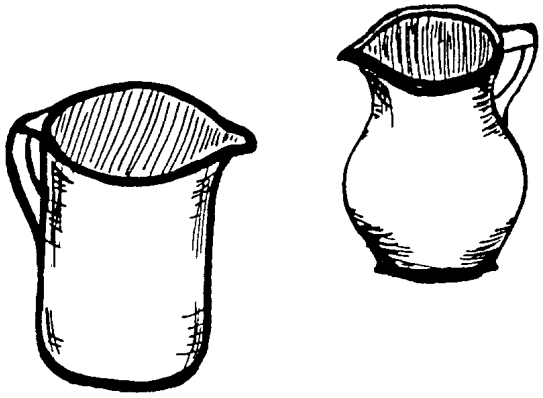
8) Drei Missionare stehen mit drei Kannibalen am Nordufer eines Flusses. Um ihn zu überqueren können sie ein Boot benutzen, das aber höchstens drei Personen zugleich trägt. Bei der Überquerung dürfen niemals Kannibalen in der Überzahl sein, weder im Boot, noch am einen oder anderen Ufer, da sonst die Gefahr besteht, dass sie ihren alten Sitten folgen und ein Festmahl bereiten. Wie kommen die Missionare mit ihren Gästen heil ans andere Ufer?

   Hinweis: Eine geeignete Datenstruktur zur Beschreibung der möglichen Zustände sind Tripel *z(M,K,B)*, wobei *M* bzw. *K* die Anzahl der Missionare bzw. Kannibalen am Nordufer und *B* der Ort des Boots ist. Die Codierung des Ortes des Boots mit 1 (für Nordufer) und -1 (für das gegenüberliegende Ufer) läßt eine bequeme Formulierung der möglichen Übergänge zu. Der Startzustand ist also *z(3,3,1)*, der Zielzustand *z(0,0,-1)*. Formulieren Sie Regeln für erlaubte Zustände und Regeln für den Übergang zwischen zwei Zuständen. Benutzen Sie dann das *wegsuche*-Programm, um die Aufgabe zu lösen.

9) Das Boot fasst höchstens 2 Personen. Kommen die Missionare jetzt auch noch heil auf die andere Seite?

10) Ist das Missionar-Kannibalen-Problem für je 4 Missionare und Kannibalen lösbar? Das Boot fasst höchstens 4 (3, 2) Personen.

Wir wollen unser Wegsuche-Programm noch zur Lösung eines klassischen Such-Problems der Unterhaltungsmathematik, des Wasserkrugproblems, verwenden. Es gibt zwei Krüge, die 8 bzw. 5 Liter fassen und keine Markierungen haben. Das Problem ist, mit diesen zwei Krügen 4 Liter abzufüllen.



Die möglichen Zustände unseres Problems beschreiben wir in der Form *z(K1,K2)*, wobei K1 der Inhalt des ersten, K2 der Inhalt des zweiten Krugs ist. Der Anfangszustand ist *z(0,0)*, der gewünschte Endzustand *z(4,0)* oder *z(0,4)*. Vereinbaren wir, dass der erste Krug größer ist, brauchen wir nur den Endzustand *z(4,0)* spezifizieren, da es einfach ist, die entsprechende Menge aus dem zweiten in den ersten Krug umzuschütten.

Die möglichen Tätigkeiten sind das Leeren eines Krugs, das Füllen eines Krugs und das Umschütten von einem Krug in den anderen, bis der erste leer oder der zweite voll ist. Benachbart sind zwei Zustände, wenn sie durch eine der möglichen Tätigkeiten ineinander überführt werden können:

```
benachbart(z(K1,K2),z(0,K2)):- K1 > 0. /* Krug 1 leeren */
benachbart(z(K1,K2),z(K1,0)):- K2 > 0. /* Krug 2 leeren */
benachbart(z(K1,K2),z(8,K2)):- K1 < 8. /* Krug 1 füllen */
benachbart(z(K1,K2),z(K1,5)):- K2 < 5. /* Krug 2 füllen */
/* Krug 2 in Krug 1 leeren, 2 Fälle  */
benachbart(z(K1,K2),z(I,0)):- I is K1 + K2, I =< 8.
benachbart(z(K1,K2),z(8,Rest)):-
                        I is K1 + K2, I>8, Rest is I - 8.
/* Krug 1 in Krug 2 leeren, 2 Fälle  */
benachbart(z(K1,K2),z(0,I)):- I is K1 + K2, I =< 5.
benachbart(z(K1,K2),z(Rest,5)):-
                       I is K1 + K2, I > 5, Rest is I - 5.
```

Auf die Spezifizierung erlaubter Zustände kann verzichtet werden, da alle von einem erlaubten Zustand aus erreichbaren Zustände erlaubt sind.

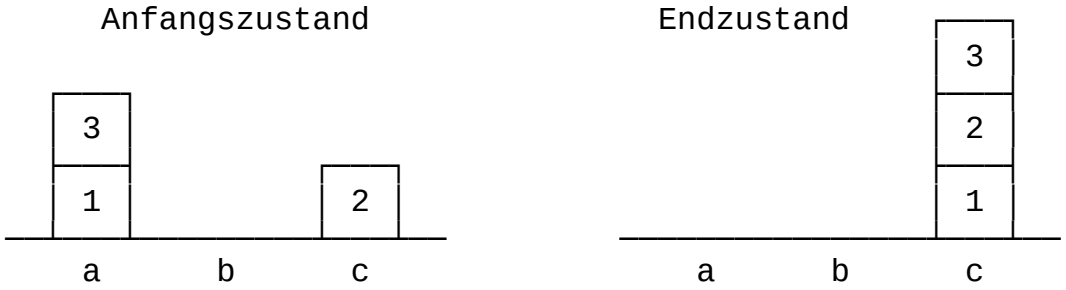
11) Wenden Sie das *wegsuche*-Programm auf diese Datenbasis an und lösen Sie das Wasserkrugproblem. Können mit den beiden Krügen auch 6 Liter abgemessen werden?

Der erste Weg, der ausgegeben wird, ist viel länger als nötig. Offensichtlich geschieht das Umfüllen der Krüge zwar systematisch aber in Hinsicht auf das Ziel planlos, bis mehr oder weniger zufällig der gewünschte Endzustand erreicht ist. Die meisten interessanten Probleme haben auch einen viel zu großen Suchraum, um ihn mittels unseres Wegsucheprogramms erschöpfend durchsuchen zu können. Eine Möglichkeit zur Verbesserung ist, mehr Wissen in die erlaubten Operationen zu stecken. Im Fall des Wasserkrugproblems können wir etwa mit einer einzigen (aber komplexeren) Umfülloperation auskommen: Fülle den kleineren Krug und schütte ihn in den größeren. Ist dieser voll, wird er geleert und der Rest aus dem kleineren in den größeren Krug geschüttet. Anstelle von 6 Operationen haben wir jetzt nur eine einzige erlaubte Operation:

```
benachbart(z(K1,K2),z(Rest,0)):- Rest is (K1 + 5) mod 8.
```

12) Lösen Sie das Wasserkrugproblem mit der geänderten *benachbart*-Regel. Finden Sie auch eine Lösung für das Abfüllen von 6 Litern.

In Kapitel 4 ist uns kurz die 'Blockwelt' begegnet, die wir jetzt genauer betrachten wollen. Auf drei Plätzen a, b und c liegen mehrere (in unserem Beispiel drei) Blöcke. Es sei erlaubt, den obersten Block eines Stapels auf einen anderen Stapel zu legen. Gefragt ist, mit welchen Zügen aus einem Anfangszustand ein vorgegebener Endzustand erzeugt wird.



Wir repräsentieren die 3 Stapel durch drei Listen *La*, *Lb*, *Lc*. Ein Prädikat *z* dient zur Beschreibung der Zustände. Im Beispiel:

Anfangszustand: `z([3,1],[],[2])`
Endzustand: `z([],[],[3,2,1])`.

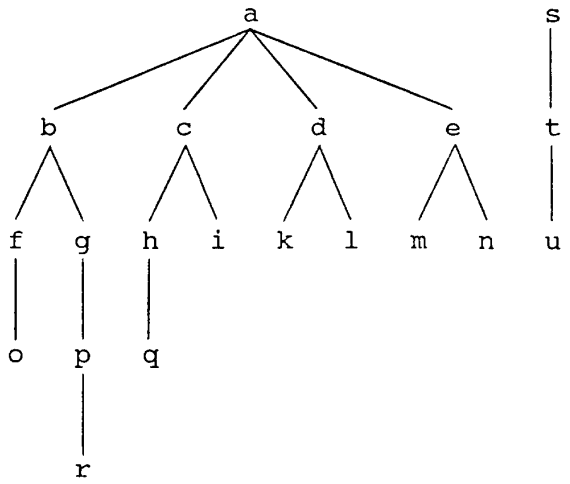
Wir orientieren uns wieder an unserem Beispiel der Labyrinthsuche. Welche Zustände sind hier benachbart? Diese Frage wird durch die obigen Spielregeln geklärt: Benachbart sind die Zustände, die durch Umsetzen eines Blockes auf einen anderen Stapel entstehen. Es gibt höchstens 6 Möglichkeiten, einen Block umzusetzen; diese führen wir auf:

```
benachbart(z([X|Ra],Lb,Lc),z(Ra,[X|Lb],Lc)).
benachbart(z([X|Ra],Lb,Lc),z(Ra,Lb,[X|Lc])).
benachbart(z(La,[X|Rb],Lc),z([X|La],Rb,Lc)).
benachbart(z(La,[X|Rb],Lc),z(La,Rb,[X|Lc])).
benachbart(z(La,Lb,[X|Rc]),z([X|La],Lb,Rc)).
benachbart(z(La,Lb,[X|Rc]),z(La,[X|Lb],Rc)).
```

13) Ergänzen Sie die notwendigen Prozeduren, um einen Weg vom Anfangszustand zum Endzustand zu finden (nicht ungeduldig werden, es dauert einige Zeit). Sie schaffen mit Nachdenken diese Aufgabe in 5 Zügen, wieviele braucht das Programm? Testen Sie das Programm mit anderen Anfangs- und Endzuständen; bleiben Sie aber bei 3 Blöcken. Bei 4 Blöcken spielt Ihr Rechner wahrscheinlich nicht mehr mit.

K Suchstrategien

Ein **Graph** besteht aus Knoten und Kanten, die bestimmte Knotenpaare verbinden. Wir vereinbaren, dass wir Kanten in beiden Richtungen durchlaufen können. Der nebenstehende Graph wird durch diese Datenbasis beschrieben:




```
k(a,b).   k(c,h).
          k(f,o).
k(a,c).   k(c,i).
          k(g,p).
k(a,d).   k(d,k).
          k(h,q).
k(a,e).   k(d,l).
          k(p,r).
k(b,f).   k(e,m).
          k(s,t).
k(b,g).   k(e,n).     k(t,u).
 benachbart(X,Y):- k(X,Y).
 benachbart(X,Y):- k(Y,X).
```

Unser Prädikat *verbunden(X,Y,Ws)* prüft, ob Ws ein Weg ist, der den Knoten X mit dem Knoten Y verbindet, dabei wird als Weg wieder die Folge der besuchten Knoten aufgefasst.

1) Geben Sie die Datenbasis ein und ergänzen Sie die Klauseln für das Prädikat *verbunden* oder laden Sie die Dateien *graph1.pro* und *wegsuche.pro*. Stellen Sie die Anfrage

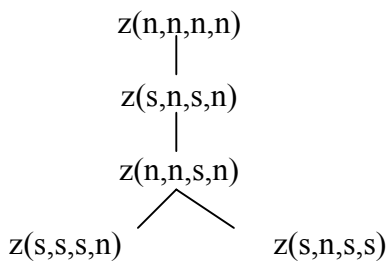
   ```
   ?- verbunden(a,Y,Ws).
   ```

   In welcher Reihenfolge werden die Knoten des Graphen ausgegeben?

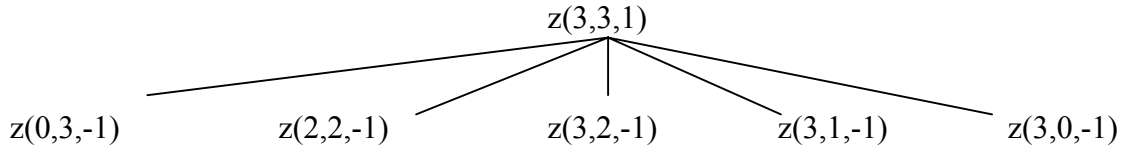
Suchen wir in unserem Graph z. B. einen Weg von a nach q, so organisiert unser *verbunden*-Programm eine sogenannte **Tiefensuche**, da es der Reihe nach jeden 'Ast' des Graphen bis zu seinem Ende verfolgt, dann zurücksetzt, die nächste mögliche Alternative wählt und auch hier bis zum Ende des begonnenen Astes sucht.

Wir können unsere Probleme des vorigen Abschnitts als Suche in Graphen auffassen. Die Knoten sind die möglichen Zustände des Problems, Kanten verbinden zwei Zustände, wenn es eine Regel des Problems gibt, die einen Übergang zwischen den Zuständen erlaubt. Gewisse Knoten des Graphen sind als Ausgangszustände, andere als Zielzustände ausgezeichnet. Ziel ist es, einen Weg zwischen diesen Knoten zu finden.

2) Nebenstehend ist der Graph zum Problem der Überfahrten begonnen. Vervollständigen Sie den Graphen.



3) Das Missionar-Kannibalen-Problem besitzt schon einen recht umfangreichen Graphen. Dargestellt sind nur die ersten möglichen Überfahrten. Setzen Sie den Graphen um zwei Ebenen fort.



Bei endlichen Graphen ist die Tiefensuche stets erfolgreich, d. h. sie findet einen möglichen Weg (nicht unbedingt den kürzesten) oder entscheidet, dass das Problem nicht lösbar ist. Bei unendlichen Graphen ist dies nicht der Fall: Stellen wir uns in unserem Beispielgraph vor, wir suchen einen Weg von a nach q, der Ast a-b-f-o... sei aber unbeschränkt fortsetzbar. Es gibt also einen Weg von a nach q, unser *verbunden*-Prädikat kann ihn aber nicht finden, da es im unendlichen Ast a-b-f-o-... hängenbleibt. In diesem Fall wäre eine andere Suchstrategie erfolgreich, die **Breitensuche**: Wir gehen nicht 'in die Tiefe' sondern 'in die Breite', besuchen von a aus zunächst alle mit a direkt verbundenen Knoten: b,c,d,e. Haben wir den Zielknoten noch nicht gefunden, untersuchen wir nun alle Knoten der nächsten Ebene, d. h. alle Nachfolger der zuletzt aufgesuchten Knoten usw. Wir sehen, dass die Breitensuche, wenn es einen Weg vom Startknoten zum Zielknoten gibt, diesen findet und, wenn es mehrere solcher Wege gibt, sogar den kürzesten zuerst entdeckt.

Betrachten wir das Beispiel der Wegsuche von a nach q genauer. Die Breitensuche ermittelt zunächst die Knoten b, c, d, e mit den zugehörigen Wegen [b,a], [c,a], [d,a], [e,a]. Die Mitführung der Wege ist notwendig, um Zyklen zu vermeiden. Nun wird jeder dieser Wege fortgesetzt. Die Fortsetzungen von [b,a] sind [f,b,a] und [g,b,a]. Der Fortsetzungsprozeß muss auf die nächsten Wege angewendet werden und erst wenn alle Wege der Länge 2 fortgesetzt sind, werden die neu gefundenen Wege fortgesetzt und zwar in der Reihenfolge, wie sie gefunden wurden. Der Prozeß wird fortgeführt, bis der Zielknoten erreicht oder der Graph erschöpft ist.

Zur Formulierung der Breitensuche müssen wir **alle** Fortsetzungen eines vorliegenden Weges finden. Dazu verwenden wir das Prädikat *findealle(X,G(X),Ls)*, welches zutrifft, wenn *Ls* die Liste aller *X* ist, die das Prädikat *G(X)* erfüllen. Viele PROLOG-Versionen haben dieses (oder ein ähnliches) Prädikat als Systemprädikat, einfachere PROLOG-Versionen, wie auch die im Anhang beschriebenen, verfügen über kein solches Prädikat. Wir haben daher auf der Diskette unter der Datei *finde.pro* dieses Prädikat zur Verfügung gestellt. Das Listing dieses 'Dienstprogramms' finden Sie im Anhang.

4) Laden Sie die Datei *finde.pro* und die Datei *stammb.pro*. Stellen Sie nun Anfragen wie:

```
?- findealle(X,maennl(X),Ls).
?- findealle(X,elter(donald,X),Ls).
?- findealle(X,elter(X,alfred),Ls).
```

5) Laden Sie die Dateien *graph1.pro* und *breitens.pro*. Stellen Sie nun die Anfragen

```
?- findealle(X,benachbart(X,b),Ls).
?- findealle(X,k(b,X),Ls).
?- findealle([Z|[b,a]],naechster(Z,[b,a]),Fortsetzungen).
```

Dabei ist das Prädikat *naechster(Z,Ls)* definiert als:

```
naechster(Z,Ls):-   endet(Ls,K), benachbart(K,Z),
     not element(Z,Ls).
```

Die Breitensuche wird durch das folgende Programm beschrieben:

```
bsuche(X,Y,Ws):- erweitert([[X]],[Ws|Andere]), endet(Ws,Y).
```

In Worten: *Ws* ist ein Weg von *X* nach *Y*, wenn *Ws* in *Y* endet und an der Spitze einer Wegliste steht, welche die einelementige Wegliste [[*X*]] erweitert. Der Prozeß der Erweiterung der Wegliste wird wie die Wegerweiterung im vorigen Abschnitt beschrieben, nur dass jetzt nicht ein einzelner Weg, sondern eine ganze Liste von Wegen zu erweitern ist:

```
erweitert(WLs,WLs).
erweitert(WLs,WMs):- dir_erweitert(WLs,WNs),
                     erweitert(WNs,WMs).
dir_erweitert([Erster|Restwege],Neue):-
                     fortgesetzt(Erster,Fortsetzungen),
                     append(Restwege,Fortsetzungen,Neue).
fortgesetzt(Erster,Fortsetzungen):-
  findealle([Z|Erster],naechster(Z,Erster),Fortsetzungen).
naechster(Z,Erster):- endet(Erster,K), benachbart(K,Z),
                      not element(Z,Erster).
```

Wie im obigen Beispiel erläutert, erhalten wir die direkte Erweiterung einer Wegliste [*Erster*|*Restwege*], indem wir alle *Fortsetzungen* des Wegs *Erster* bestimmen und diese zu der Wegliste *Restwege* hinzunehmen: Das Prädikat *fortgesetzt(Erster,Fortsetzungen)* ist wahr, wenn *Fortsetzungen* alle möglichen Fortsetzungen des Wegs *Erster* sind: *Erster* endet in *K*, *naechster(Z,Erster)* trifft für einen Knoten *Z* zu, der *K* benachbart ist und noch nicht auf dem Weg *Erster* liegt (Zyklenprüfung!). Das Prädikat *findealle* bestimmt alle diese *Z* und gibt in *Fortsetzungen* alle verlängerten Wege [*Z*|*Erster*] zurück. Mit *append* fügen wir diese an die noch zu betrachtenden *Restwege* an und erhalten die Wegemenge *Neue*, mit der die Erweiterung rekursiv fortgeführt wird.

Der Algorithmus für die Breitensuche ist aufwendig, da der Rechner für jeden Knoten des Graphen eine Liste der Knoten mitführt, die diesen mit dem Anfangsknoten verbindet.

6) Geben Sie das vollständige Programm zur Breitensuche ein oder laden Sie die Dateien *graph1.pro* und *breitens.pro*. Stellen Sie nun die Anfrage:

   ```
   ?- bsuche(a,X,Ws).
   ```

   In welcher Reihenfolge werden die Knoten unseres Graphen besucht?

   Suchen Sie Wege von m nach k, von c nach t.

7) Was geschieht, wenn der Weg *Erster* nicht fortsetzbar ist, d. h. der Endknoten *K* von *Erster* keine Nachfolgeknoten besitzt?

8) Ändern Sie das Prädikat *dir_erweitert*, indem Sie im *append*-Prädikat die Argumente *Fortsetzungen* und *Restwege* vertauschen. Stellen Sie dann die Anfrage

   ```
   ?- bsuche(a,X,Ws).
   ```

   In welcher Reihenfolge wird jetzt der Graph durchlaufen? Welche Suche wird also durchgeführt? Worin liegt der Unterschied zum ursprünglichen *verbunden*-Prädikat?

Sowohl Breiten- wie Tiefensuche wählen die Knoten zur Verlängerung der Wege 'blind'. Eine Möglichkeit zur Verbesserung der Such-Effizienz ist die heuristische Führung. Dabei werden die einzelnen Knoten des Graphen bewertet. Die Bewertungsfunktion drückt dabei in irgendeiner Weise die 'Nähe' der Knoten zum Zielknoten aus. Wir verlängern jeweils denjenigen Weg, dessen Endknoten gerade die höchste Wertung erhält. Dieses Suchverfahren heißt **Best-First-Suche**. Von der Wahl einer guten Bewertungsfunktion hängt es ab, ob das Suchverfahren rasch zum Ziel kommt. Im Beispiel des Missionars-Problems könnte die Anzahl der Personen auf der Südseite des Flußes als Bewertung der einzelnen Zustände dienen. Für unseren Beispielgraphen wählen

wir als Bewertungsfunktion den (negativen) Abstand der einzelnen Knoten vom Zielknoten q (die Bewertungsfunktion hängt natürlich vom Zielknoten ab). Wir fügen unserer Datenbasis noch die Informationen über den Wert der Knoten hinzu:

```
wert(a,-3).    wert(g,-5).    wert(r,-7).
wert(b,-4).    wert(h,-1).    wert(n,-5).
wert(c,-2).    wert(i,-3).    wert(o,-6).
wert(d,-4).    wert(k,-5).    wert(p,-6).
wert(e,-4).    wert(l,-5).    wert(q,0).
wert(f,-5).    wert(m,-5).
```

Die einzige Änderung gegenüber dem Breitensuch-Programm findet sich im Prädikat *dir_erweitert(Wegliste,Neue_Wegliste).* Wie dort werden zunächst alle *Fortsetzungen* des ersten Wegs *Erster* der Wegliste bestimmt und diese zu den übrigen Wegen der Wegliste hinzugefügt. In dieser erweiterten Wegliste *Neue* sucht das Prädikat *bester* nun den aussichtsreichsten Weg *Bester* heraus und *dir_erweitert* gibt die *Neue_Wegliste* mit diesem aussichtsreichsten Kandidaten an der Spitze zurück. Im rekursiven Aufruf von *erweitert* wird also immer der am besten bewertete Weg verlängert. (Vergleichen Sie die Definition des Prädikats *bester* mit dem Prädikat *kleinstes* zum Sortieren durch Auswahl in Kapitel E. Der Cut ist aus Effizienzgründen notwendig, im Kommentar ist die logisch korrekte Formulierung der Klausel ergänzt.)

```
bfsuche(X,Y,Ws):-   erweitert([[X]],[Ws|Andere]),
     endet(Ws,Y).
dir_erweitert([Erster|Restwege],[Bester|Andere]):-
   findealle([Z|Erster],naechster(Z,Erster),Fortsetzungen),
   append(Restwege,Fortsetzungen,Neue),
   bester(Neue,Bester,Andere).
bester([Weg|Wege],Bester,[Weg|Rest]):-
   bester(Wege,Bester,Rest), besser(Bester,Weg),!.
bester([Weg|Wege],Weg,Wege).
/* :- bester(Wege,Bester,Rest), not besser(Bester,Weg).*/
besser([K1|Rs1],[K2|Rs2]):-
     wert(K1,W1), wert(K2,W2), W1 > W2.
```

9) Vervollständigen Sie das Programm oder laden Sie die Dateien *graph2.pro* und *best.pro*. Stellen Sie die Anfrage

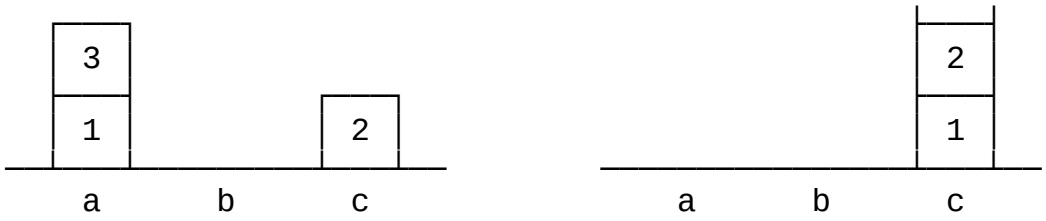
   ```
   ?- bfsuche(a,X,Ws).
   ```

   In welcher Reihenfolge werden die Knoten des Graphen ausgegeben?

10) Lösen Sie das Misssionar-Kannibalen-Problem mit der Best-First-Suche. Wählen Sie als Bewertungsfunktion die Zahl der Personen auf der Südseite des Flusses.

Die Best-First-Suche führt alle Wege zu den einzelnen Knoten des Graphen mit, entwickelt aber immer nur den momentan aussichtsreichsten. Ob sie rasch zum Ziel kommt, hängt wesentlich von einer 'guten' Bewertungsfunktion ab. Sonst wird der Vorteil einer gezielteren Suche durch die zusätzliche Arbeit des Heraussuchens des 'Besten' unter den zahlreichen mitgeführten Wegen aufgezehrt.

Im letzten Kapitel hatten wir eine kleine Blockwelt betrachtet. Schon bei drei Blöcken brauchte das Programm recht lang, bis es einen Weg zum Endzustand gefunden hatte. Wir wollen sehen, ob sich die Zeit durch eine geeignete Bewertungsfunktion verkürzen läßt.



Liegt der unterste Block eines Stapels schon auf dem richtigen Platz, so gibt es keinen Grund, ihn wieder von diesem Platz zu entfernen. Genau dasselbe gilt, falls ein Block auf dem richtigen Platz liegt und alle Blöcke unter ihm gleichfalls schon ihren Zielplatz eingenommen haben. Mit unserer Bewertungsfunktion wollen wir verhindern, dass solche Blöcke wieder wegbewegt werden. Wir vergeben daher für jeden 'von unten her' richtigen Block 2 Punkte. Ist ein Zielstapel oder ein Ausgangsstapel leer, so ist dies günstiger, als wenn dort falsche Blöcke liegen. Deshalb geben wir diesen Zuständen die Bewertung 0. Für alle übrigen Zustände legen wir den 'default-Wert' -1 fest. Dies berechnen wir für jeden Stapel und addieren dann die 3 Beiträge:

```
/*wert(z(La,Lb,Lc),W) heißt: W ist der Wert eines Zustan-
des z(La,Lb,Lc) gemessen am Zielzustand z(ZLa,ZLb,ZLc) */
wert(z(La,Lb,Lc),W):- beitrag(La,ZLa,Wa),
                      beitrag(Lb,ZLb,Wb),
                      beitrag(Lc,ZLc,Wc),
                      W is Wa + Wb + Wc.
beitrag([],ZLs,0):- !.
beitrag(Ls,[],0):- !.
beitrag(Ls,ZLs,W):- append(As,[X],Ls),append(Bs,[X],ZLs),
                    beitrag(As,Bs,W1), W is W1+2, !.
beitrag(Ls,ZLs,-1).
```

Das Prädikat *beitrag* ist nur prozedural zu verstehen: Die letzte Klausel wird erst versucht, wenn die 3 ersten nicht mehr greifen. Dann wird der 'default-Wert' -1 vergeben.

11) Das vorstehende Programm beschreibt die Bewertungsfunktion für einen 'allgemeinen' Endzustand *z(ZLa,ZLb,ZLc)*. Damit man ein lauffähiges Programm erhält, muss statt dessen der konkrete Zielzustand eingesetzt werden. Tun Sie das für den im Bild vorgegebenen Zielzustand (die Funktion vereinfacht sich dadurch erheblich). Versuchen Sie die Best-First-Suche mit dieser Bewertungsfunktion.

12) Starten Sie die Best-First-Suche mit den Anfangszuständen *z([1],[2],[3])* bzw. *z([3],[],[2,1])*. Vergleichen Sie mit der Tiefensuche des vorigen Kapitels.

13) Passen Sie die Bewertungsfunktion an den Zielzustand *z([1,2],[3,4],[])* an. Starten Sie mit dem Anfangszustand *z([2],[4],[1,3])*. Versuchen Sie auch andere Anfangszustände mit 4 Blöcken.

Wir können auch unserem alten *verbunden*-Programm, das eine Tiefensuche veranlaßte, mittels der Bewertungsfunktion etwas mehr 'Intelligenz' bei der Auswahl des Knoten, der den anstehenden Weg verlängert, mitgeben. Das entsprechende Suchverfahren heißt **Gradientensuche** oder 'Bergsteigen'. Nur das Prädikat *dir_erweitert* ist anzupassen:

```
gsuche(X,Y,Ws):- erweitert([X],Ws), endet(Ws,Y).
dir_erweitert(Ws,[Z|Ws]):-
     findealle(T,naechster(T,Ws),Ls),
     sortiert(Ls,Gs),element(Z,Gs).
sortiert([],[]).
sortiert([X|Xs],Ys):-sortiert(Xs,Zs), eingefuegt(X,Zs,Ys).
```

```
eingefuegt(X,[],[X]).
eingefuegt(X,[Y|Ys],[Y|Zs]):- wert(X,WX), wert(Y,WY),
                              WY > WX, !, eingefuegt(X,Ys,Zs).
eingefuegt(X,[Y|Ys],[X,Y|Ys]). /* wert(X,WX), wert(Y,WY),
                                  WY =< WX.*/
```

14) Wenden Sie die Gradientensuche auf unseren Beispielgraph an (Dateien *graph2.pro* und *grad.pro*). Stellen Sie die Anfrage:

```
?- gsuche(a,X,Ws).
```

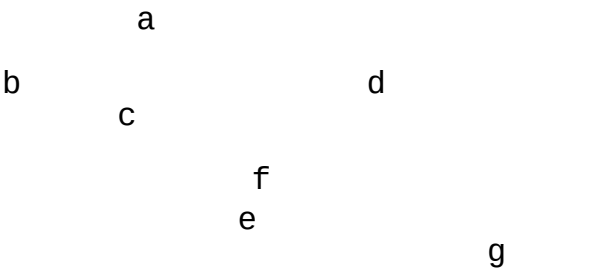
In welcher Reihenfolge wird der Graph vom Programm durchsucht?

15) Welches sind die Vorteile, welches die Nachteile der Gradientensuche? Lösen Sie das Missionarsproblem (mit der Zahl der Personen auf der Südseite als Bewertungsfunktion) mit der Gradientensuche.

16) Lösen Sie das Problem der Blockwelt mit Gradientensuche. Verwenden Sie die Bewertungsfunktion von Seite 105. Versuchen Sie, eine bessere Bewertungsfunktion zu finden, um auch Probleme mit 'vielen' (5 bis 10) Blöcken lösen zu können.

Nebenan sehen Sie eine fiktive Karte. Die Entfernungsangaben sind in der untenstehenden Datenbasis aufgeführt:

```
d(a,b,40).     d(c,f,50).
d(a,c,40).     d(d,f,40).
d(a,d,60).     d(d,g,60).
d(b,c,35).     d(e,f,80).
d(b,e,50).     d(e,g,90).
d(c,e,50).     d(f,g,30).
benachbart(X,Y,D):- d(X,Y,D).
benachbart(X,Y,D):- d(Y,X,D).
```



Das Prädikat *strecke(Start,Ziel,Weg,Laenge)* trifft zu, wenn *Weg* ein Weg der Länge *Laenge* zwischen *Start* und *Ziel* ist. Dabei sollen zuerst die kürzesten Wege ermittelt werden. Der geeignete Rahmen für dieses Problem ist die Best-First-Suche. Als Bewertungsfunktion eines Wegs wählen wir dessen Länge (in Kilometern, gemäß dem Plan). Die Länge der Wege muss vom Programm jeweils berechnet werden. Wir repräsentieren einen Weg nun als Paar *l(Weg,Laenge_des_Wegs)*. Mit dieser Struktur führen wir nun im wesentlichen die Best-First-Suche aus:

```
strecke(X,Y,Ws,Laenge):-

erweitert([l([X],0)],[l(Ws,Laenge)|Andere]),endet(Ws,Y).
```

Ws ist ein Weg der Länge *Laenge* welcher X mit Y verbindet, wenn *l(Ws,Laenge)* das erste Element in der Liste der Verlängerungen von *[l([X],0)]* ist, so dass Ws in Y endet.

Das Prädikat *erweitert* ist definiert wie immer. Die wesentliche Idee steckt im Prädikat *dir_erweitert(Wegliste,Neue_Wegliste*). Es arbeitet genau wie das gleichnamige Prädikat der Best-First-Suche, nur ist es jetzt auf die Struktur *l(Weg,Laenge)* anzuwenden. Die Erweiterung bezieht sich also sowohl auf die Wegverlängerung, als auch auf die Berechnung der neuen Weglänge.

```
dir_erweitert([Erster|Wege],[Kuerzester|Rest]):-
     fortgesetzt(Erster,Fortsetzungen),
     append(Wege,Fortsetzungen,Neue),
     kuerzester(Neue,Kuerzester,Rest).
```

```
fortgesetzt(l(Weg,L),Wege):-
   findealle(l([Z|Weg],L1),naechster(l(Weg,L),Z,L1),Wege).
naechster(l(Weg,L),Z,L1):-
     endet(Weg,K),
     benachbart(K,Z,D), not element(Z,Weg),
     L1 is L+D.

kuerzer(l(W1,L1),l(W2,L2)):- L1<L2.
```

Das Prädikat *naechster(l(Weg,L),Z,L1)* bestimmt die Nachbarknoten *Z* des Endknoten *K* von *Weg* und die Länge *L1* des fortgesetzten Wegs *[Z|Weg]*, *findealle* gibt in *Wege* die Liste dieser Fortsetzungen von *l(Weg,L)* zurück. Das Prädikat *kuerzester* gibt den kürzesten Weg einer Wegliste und die restlichen Pfade der Liste zurück. Es ist definiert wie das Prädikat *bester* in der Best-First-Suche, nur muss die *kuerzer*-Relation angepaßt werden. *dir_erweitert* gibt also die Liste der erweiterten Wege mit dem kürzesten Weg an der Spitze zurück. Damit ist erreicht, dass das Prädikat *erweitert* jeweils den kürzesten Weg (genauer das Paar *l(Weg,L))* verlängert.

17) Formulieren Sie das Prädikat kuerzester(Wege,Kuerzester,Wege_ohne_Kuerzester).

18) Ergänzen Sie das Programm zur Streckensuche oder laden Sie die Datei *karte.pro*. Lassen Sie sich alle Wege von a nach d, von a nach f ausgeben.

Anhang

Definition von Operatoren in PROLOG

PROLOG kennt im Wesentlichen nur die Struktur der Prädikate (oder Relationen, oder Funktoren), auch die Rechenoperationen sind solche Prädikate: der Term 3 + 4 müsste konsequenterweise als +(3,4) geschrieben werden, 3 + 4*5 als +(3,*(4,5)). Die meisten PROLOG-Versionen akzeptieren diese Schreibweise. Da diese Notationen für uns schwer lesbar sind, sieht PROLOG die uns vertraute Schreibweise vor: in Termen wie 3+4 oder 5*6 heißen die Rechenzeichen + und * Operatoren. Die Operatoren +,* usw.bewirken keinerlei Rechnung, insofern sind für PROLOG 3+4, 2+5, 7 völlig verschiedene Terme. Das Gleichheitszeichen = bedeutet nicht die numerische Gleichheit, sondern 'kann gematcht werden mit'.

1) Stellen Sie Anfragen:

```
?- 3+4 = 7.
?- X = 3+4.
?- X+Y = 3+4.
?- X = +(3,4).
```

2) Wir erinnern uns: Für die numerische Auswertung eines arithmetischen Terms ist der Operator *is* zuständig. Stellen Sie die Anfragen:

```
?- 7 is 3+4.
?- X is 3+4.
?- X is +(3,4).
```

Wir unterscheiden einstellige und zweistellige Operatoren. Ein einstelliger Operator ist z. B. *not* oder der Minus-Operator. Steht der Operator (wie in diesen Beispielen) **vor** dem Argument, so spricht man von einem **Präfixoperator**, steht der Operator **nach** dem Argument, von einem **Postfixoperator**. Ein bekanntes Beispiel eines Postfixoperators in der Mathematik ist die Fakultät: x!.

Die in der Arithmetik üblichen Operatoren +,-,*,/ beziehen sich auf zwei Argumente – zweistellige Operatoren – und stehen zwischen den Argumenten: man spricht von **Infixoperatoren**.

Um Ausdrücke wie 3 + 4*5 richtig zu lesen, muss die **Priorität** der Operatoren + und * geregelt sein. Nach der bekannten 'Punkt-vor-Strich-Regel' ist hier zuerst die Multiplikation, dann die Addition auszuführen. In PROLOG hat jeder Operator eine eigene **Prioritätsklasse**. Die Prioritätsklasse ist eine ganze Zahl (meist zwischen 1 und 255). Ein Operator mit kleinerer Priorität wird vor dem Operator mit größerer Priorität ausgeführt. So hat die Multiplikation eine kleinere Prioritätszahl als die Addition. In A.D.A-PROLOG haben Addition/Subtraktion die Priorität 31, Multiplikation und Division die Priorität 21 (In Fix-PROLOG sind die entsprechenden Zahlen 500 bzw. 400.). Die konkreten Zahlen sind in den einzelnen PROLOG-Versionen verschieden, aber die Ordnung der Operatoren entspricht der üblichen Konvention.

3) Stellen Sie die Anfragen:

```
a) ?- X+Y=3+4*5.
b) ?- X*Y=3+4*5.
```

Warum beantwortet PROLOG die letzte Anfrage mit *no*?

Als nächstes muss geregelt sein, wie ein Ausdruck zu lesen ist, in dem mehrere gleiche Operatoren (oder mehrere Operatoren gleicher Priorität) vorkommen, wie z. B. 8 - 5 - 3. Ist hier (8 - 5) - 3 oder 8 -(5 - 3) gemeint? Um beide Lesarten zu unterscheiden, benutzt man die Begriffe **linksassoziativer** bzw. **rechtsassoziativer** Operator. Die erste Lesart nennt man linksassoziativ, die zweite rechtsassoziativ. Genauer: bei einem linksassoziativen Operator darf das linke Argument Operatoren niedrigerer **und gleicher** Priorität enthalten, das rechte Argument nur Operatoren niedrigerer Priorität (bei rechtsassoziativen Operatoren gerade umgekehrt).

Die arithmetischen Operatoren sind alle linksassoziativ, es wird also

8 - 5 - 3 gelesen als (8 - 5) - 3,

denn bei der Zerlegung 8 - (5 - 3) hätte das erste Minuszeichen im rechten Argument einen Operator gleicher Priorität. 3 + 4 - 5 - 2 wird gelesen als ((3 + 4) - 5) - 2, jedes Rechenzeichen hat so nur auf seiner linken Seite Argumente mit Operatoren gleicher Priorität. Bei jeder anderen Zerlegung hätte es auch im rechten Argument Operatoren gleicher Priorität.

4) Überprüfen Sie obige Aussagen mit den Anfragen:

```
?- X - Y = 8 - 5 - 3.
?- X/Y = 8/4/2.
?- X - Y = 3 + 4 - 5 - 2.
?- X + Y = 3 + 4 - 5 - 2.
```

Warum antwortet PROLOG auf die letzte Anfrage mit *no*?

PROLOG erlaubt dem Benutzer, sich Operatoren zu definieren. Dazu muss der Gebrauch des Operators in einem Muster spezifiziert werden:

f bezeichnet den Operator, x,y die Argumente.
fx, fy spezifizieren einen Präfixoperator,
xf, yf spezifizieren einen Postfixoperator,
xfx, xfy, yfx yfy spezifizieren einen Infixoperator.

Die beiden Symbole x und y für die Argumente drücken nun genau die gewünschte Assoziativität des Operators aus:

Das Symbol x wird gewählt, wenn im Argument nur Operatoren niedrigerer Priorität vorkommen dürfen, das Symbol y, wenn das Argument auch Operatoren gleicher Priorität enthalten darf.

Beispiele:

a) Würde *not* als Operator mit der Spezifikation fx definiert, ist ein Ausdruck wie not not 2 < 3 syntaktisch falsch und wird von PROLOG dann zurückgewiesen. Das übliche logische *not* ist also ein Operator mit der Spezifikation fy.

b) Die arithmetischen Operatoren haben die Spezifikation yfx, sie sind linksassoziativ.

Um nun einen Operator zu definieren, verwendet man das Prädikat *op* und stellt die Anfrage:

```
?- op(Priorität, Spezifikation, Name).
```

Dabei ist *Priorität* eine ganze Zahl, welche die gewünschte Priorität des Operators angibt, *Spezifikation* das eben geschilderte Gebrauchsmuster und *Name* das Symbol des Operators.

Beispiel:

Wir wollen einen Operator ^ für das Potenzieren definieren. Die übliche Lesart von Ausdrücken wie $3^2 + 4^2$ oder $3*2^4$ ist: Potenzieren vor Addieren und Multiplizieren, die Priorität von ^ ist also kleiner als die der Multiplikation zu wählen. Wie wird 4^3^2 ausgewertet? Üblicherweise als 4^9 und nicht als 64^2, d. h. unser Operator ist rechtsassoziativ. Wir definieren ihn also z. B. in A.D.A-PROLOG durch die Anfrage:

```
?- op(10,xfy,^).
```

Ist die Operatordeklaration korrekt, gelingt sie immer.

5) Vereinbaren Sie den ^-Operator und stellen Sie die Anfragen:

```
?- X^Y = 4^3^2.
?- X*Y = 3*2^4.
?- X^Y = 3*2^4.
?- X is 3^4.
```

Achtung:

- Die Operatordefinition wird als **Anfrage** eingegeben, sie kann nicht in die Datenbasis geschrieben und mit *consult* geladen werden. Verwendet ein Programm einen selbstdefinierten Operator, so muss die Operatordefinition als Anfrage gestellt werden, **bevor** das Programm mit *consult* geladen wird!
- Mit obiger Definition kennt nun das System das Zeichen ^ und geht mit ihm um, wie vereinbart. Aufgabe 5 und die Programme des Kapitels G zeigen dies. Aber eine Anfrage zur Berechnung etwa von 3^4 mißlingt.

Sollen Potenzen numerisch berechnet werden, müssen wir hierfür ein Programm schreiben. In Analogie zur Auswertung arithmetischer Terme durch 'is' führen wir einen Operator '*ist*' ein, der den numerischen Wert von Potenzen berechnet. Auf die Anfrage

```
?- X ist 2^10.
```

soll PROLOG antworten X = 1024.

Folgendes Programm leistet das gewünschte:

```
X ist Y^0:-    integer(Y), X is 1.
X ist Y^N:-    integer(Y), N>0, N1 is N - 1,
     X1 ist Y^N1, X is Y*X1.
```

Bevor wir dieses Programm mit *consult* laden, müssen wir den '*ist*'-Operator vereinbaren. Priorität und Assoziativität legen wir wie für den Systemoperator 'is' fest, in A.D.A-PROLOG z. B.

```
?- op(40,xfx,ist).
```

Vergessen Sie nicht, bevor Sie das obige Programm laden, auch den Operator '^' zu definieren.

Wir können das Programm für '*ist*' erweitern, so dass auch Anfragen zu den Grundrechenarten gelingen:

```
X ist Y+Z:- X is Y+Z.
```

6) Ergänzen Sie weitere Klauseln zu '*ist*', so dass mit '*ist*' beliebige arithmetische Terme ausgewertet werden können.

Wir geben zum Abschluß eine Liste der wichtigsten eingebauten Operatoren, ihrer Priorität (in A.D.A-PROLOG, Fix-PROLOG und in Toy-PROLOG) und Assoziativität.

Operator	Priorität			Assoziativität
	ADA-PROLOG	Fix-PROLOG	Toy-PROLOG	
mod	11	300	300	xfx
*,/	21	400	400	yfx
+,-	31	500	500	yfx
=	40	700	700	xfx
\=	40	700	-	xfx
<,>,=<,>=	40	700	700	xfx
is	40	700	700	xfx
not	60	900	900	fy
;	254	1200	1100	xfy
,	253	1200	1200	xfy

Hinweise zum Arbeiten mit PROLOG

Alle uns bekannten PROLOG-Versionen bieten dem Programmierer relativ wenig Komfort beim Eingeben und Korrigieren von Programmen. Sie können PROLOG-Programme mit jedem beliebigen Textverarbeitungssystem erstellen, meist wird allerdings von den Herstellern ein kleiner Editor mitgeliefert, der in gewissem Umfang mit dem PROLOG Interpreter zusammenarbeitet. Bei größeren Programmen lohnt sich oft trotzdem die Nutzung eines leistungsfähigen Textverarbeitungssystems.

Eine typische Sitzung sei am ersten Beispiel des Buches erläutert:

Erstellen des Programms mit Hilfe eines Editors

Sie geben die Programmzeilen ein, jede Zeile wird mit Punkt und RETURN-Taste abgeschlossen. Ist (in späteren Beispielen) Ihre Programmzeile länger als eine Bildschirmzeile, so können Sie durch die RETURN-Taste in die neue Bildschirmzeile gelangen, ohne dass dies PROLOG beim Interpretieren der Programmzeile beeinflußt. Wenn Sie dem Programm den Namen *strauss* geben wollen, so speichern Sie es unter *strauss.pro* als Textdatei (unformatiert) ab. Dann verlassen Sie den Editor.

Aufruf des PROLOG-Interpreters und Laden des Programms

Sie rufen den PROLOG-Interpreter auf. Dies ist in den einzelnen Versionen natürlich unterschiedlich (s. Handbuch). Ist der Interpreter geladen, so meldet er sich mit dem Promptzeichen:
`?-`

Falls sich die Datei *strauss.pro* im selben Verzeichnis wie PROLOG befindet, wird sie geladen durch

```
?- consult(strauss).
```

Dabei geben Sie die Zeichen '?-' nicht ein, sie werden vom System als Promptzeichen vorgegeben, als Hinweis, dass Sie Anfragen stellen können. Wichtig ist, dass Sie mit Punkt und RETURN-Taste abschließen. Haben Sie eines von beiden vergessen, so macht PROLOG solange nichts, bis Sie die Eingabe von Punkt und RETURN nachholen.

Befindet sich die PROLOG-Datei in einem anderen Verzeichnis als der PROLOG-Interpreter, so müssen Sie dieses mit angeben. Ist z. B. die Datei im Unterverzeichnis *beispiele* des Laufwerks C, so lautet die Anfrage

```
?- consult('c:\beispiele\strauss').
```

Sie haben also die Frage an das System gerichtet: "Kannst du die Datei *strauss* laden?". Kommt als Antwort *yes*, so ist die Datei geladen. Kommt als Antwort *no*, so befindet sich die Datei nicht im angegebenen Verzeichnis oder das Programm ist fehlerhaft. Wenn Sie Glück haben, werden Sie auf die Zeilennummer hingewiesen, in der PROLOG den Fehler bemerkt hat. Oft befindet sich allerdings Ihr Fehler schon einige Zeilen vorher.

Anfragen an das Programm

Jetzt können Sie Anfragen an das Programm stellen, z. B.

```
?- rot(rose).
?- gelb(Blume).
```

Jede Anfrage müssen Sie mit Punkt und RETURN-Taste abschließen. Falls sich nach einer Anfrage längere Zeit auf dem Bildschirm nichts tut, schauen Sie als erstes nach, ob Sie den Punkt am Schluß vergessen haben. Die RETURN-Taste allein wirkt in PROLOG nicht als Bestätigungstaste, sondern schickt nur den Cursor in die nächste Zeile. Sie können den Punkt also immer noch eingeben (mit anschließendem RETURN), falls Sie ihn vergessen haben.

Falls alles klappt, erhalten Sie die entsprechenden Antworten, im Beispiel

```
yes        bzw.        Blume=tulpe.
```

In manchen Versionen müssen Sie nach der Antwort einen Punkt (zum Zeichen, dass Sie sich mit der Antwort zufriedengeben) oder einen Strichpunkt (zur Anforderung weiterer Antworten) eingeben. Die meisten Versionen sind aber benutzerfreundlicher: Erkennt das System, dass nur eine Antwort möglich ist, so zeigt es sofort wieder das Promptzeichen, andernfalls werden Sie gefragt, ob Sie noch weitere Antworten sehen wollen. Sie können solange nach weiteren Lösungen fragen, bis die Antwort *no* (d. h keine weiteren Antworten möglich) erscheint.

Verlassen von PROLOG

Sie verlassen PROLOG durch

```
?- exit.
```

oder einen entsprechenden Befehl (z. B. *exitsys*, *stop*) Ihrer PROLOG-Version. Jetzt können Sie wieder den Editor aufrufen und Ihr Programm abändern oder ein neues Programm erstellen.

Dieses Vorgehen ist natürlich recht umständlich, vor allem, wenn sich in Ihrer Datei noch Tipp- oder Denkfehler befinden und Sie laufend zwischen Editor und PROLOG hin und her springen müssen, um Ihre Datei zu verbessern bzw. zu testen. Trotzdem empfehlen wir Ihnen, die ersten Beispiele dieses Buches nach dem obigen Schema zu bearbeiten, bis Sie mit den Eigenheiten Ihrer Version etwas vertraut sind. Auch später, wenn Sie oder Ihre PROLOG-Version sich verheddern, sollten Sie zur Sicherheit wieder auf dieses Schema zurückgreifen.

Jede PROLOG-Version versucht auf ihre Art, die Handhabung etwas benutzerfreundlicher zu gestalten. Es wird meist ein Editor zur Verfügung gestellt, der von PROLOG aus aufgerufen werden kann oder Sie haben die Möglichkeit, einen beliebigen Editor von PROLOG aus aufzurufen. Verläßt man den Editor, so landet man automatisch wieder in PROLOG. Dies ist bequemer, aber für Anfänger auch gefährlich: Wenn Sie mit dem Editor eine Datei verändern, so bleibt doch

im Arbeitsspeicher von PROLOG die alte Datei (das sind Sie vielleicht von BASIC anders gewohnt). Sie müssen also immer zunächst die verbesserte Datei neu laden.

Wie schon oben gesagt, laden Sie z. B. die Datei *strauss.pro* mit der Anfrage

```
?- consult(strauss).
```

Dabei wird (im Unterschied zu anderen Programmiersprachen) der alte Inhalt des Arbeitsspeichers **nicht** gelöscht. Sie laden neue Programme also zu den alten dazu. Falls Sie ein verbessertes oder abgeändertes Programm laden wollen, ist das natürlich höchst unerwünscht. Hier hilft das Prädikat *reconsult*. Mit

```
?- reconsult(strauss).
```

wird die Datei *strauss.pro* geladen, vorher werden alle Fakten und Regeln gelöscht, die sich auf Prädikate in der neuen Datei *strauss.pro* beziehen.

Leider ist es nicht in allen Versionen möglich, den Arbeitsspeicher vollständig zu löschen (außer man verläßt PROLOG).

Sicher würden Sie ganz gerne sehen, was sich im Arbeitsspeicher befindet. Dazu dient das Prädikat *listing*. Im Beispiel:

```
?- listing(blau).
```

zeigt Ihnen alle Fakten und Regeln zum Prädikat *blau*. In den meisten Versionen bewirkt

```
?- listing.
```

die Anzeige des gesamten Programms. Da aber Kommentarzeilen nicht gezeigt werden, Variablen eventuell umbenannt sind und die Reihenfolge der Klauseln geändert ist, werden Sie Ihre Datei oft kaum wiedererkennen.

Hinweise zu A.D.A.-PD-PROLOG

Diese Public-Domain-Version (für MS-DOS-Geräte) wird von der Firma A.D.A. (Automata Design Associates) umsonst zur Verfügung gestellt, um für die leistungsfähigeren PROLOG-Versionen dieser Firma zu werben. Für die Programme in diesem Buch genügt diese PD-Version völlig, allerdings ist die Benutzeroberfläche recht spartanisch. Ein einfacher Editor wird mitgeliefert, der mit der Anfrage

```
?- exec.
```

aus PROLOG heraus aufgerufen werden kann.

Das Prädikat *reconsult* wird hier *recon* geschrieben, statt *exit* schreibt man *exitsys*. Prädikatnamen dürfen nicht gleich lauten wie der Dateiname. Eine geladene Datei können Sie mit *forget* wieder aus dem Arbeitsspeicher entfernen, z. B.

```
?- forget(strauss).
```

Dies müssen Sie unbedingt dann tun, wenn die Datei wegen eines Fehlers gar nicht vollständig geladen wurde, d. h.' *?- consult(strauss).*' nicht gelungen ist (Antwort *no*). Erst nachdem Sie die obige *forget*-Anfrage gestellt haben, können Sie die verbesserte Datei laden.

Die Version enthält Befehle zur Koordinatengrafik, der Trace-Modus fehlt, eine recht ausführliche Dokumentation und sehr viele Beispielprogramme werden mitgeliefert.

Bezugsquelle: Public-Domain-Versandhandel, z. B. Computer Solutions, Postf. 1180, 8018 Grafing.

Es gibt inzwischen eine deutsche Umgebung für A.D.A.-PROLOG, die das Verändern von Dateien angenehmer macht und Prädikate zur Turtle-Grafik bereitstellt (H.M. OTTO: ProLog Programmierumgebung, Dümmler-Verlag).

Hinweise zu Fix-PROLOG

Diese Version (für MS-DOS-Geräte) ist für unsere Zwecke sehr gut geeignet. Sie ist preiswert, die Syntax hält sich stark an den Edinburgh-Standard, alle Programme dieses Buches laufen problemlos und die Benutzeroberfläche ist verhältnismäßig komfortabel. Ein ausführlicher Trace-Modus kann das prozedurale Verständnis fördern und bei der Fehlersuche helfen. Die Version enthält Befehle zur Koordinatengrafik und zur Turtle-Grafik.

Als Besonderheit müssen Sie beachten: Wird das Minuszeichen als Verknüpfungszeichen verwendet, muss es von den Argumenten durch Leerzeichen getrennt werden, z. B. 4 - 7.

Das deutsche Handbuch gibt eine gute Einführung in die Handhabung des Systems.

Bezugsquellen: Wenzel Microcomputer Anwendungen, Joachimstr. 8, 4630 Bochum,
Böhnhardt-Schütz-Software, Sandberg 47, 4150 Krefeld.

Hinweise zu Toy-PROLOG

Diese Public-Domain-Version (für Atari ST Computer) stammt von Kluzniak und Szpakowicz, die auch ein bekanntes Buch über PROLOG geschrieben haben. Eine Dokumentationsdatei befindet sich auf der Diskette.

Bezugsquelle: Public-Domain-Versandhandel.

Fehlersuche

1. PROLOG kann ihre Datei nicht laden.

Mögliche Ursachen:

a) Die Datei enthält unerlaubte Zeichen, wie Formatierungszeichen oder deutsche Sonderzeichen wie ß, ö , ü usw.

   Empfehlung:
   Es ist bequem, die Programmdateien mit einem üblichen Textsystem (wie WORD, WORDSTAR, usw.) zu erstellen. Sie müssen aber darauf achten, dass die Datei unformatiert und mit dem Dateinamensuffix .pro abgespeichert wird. Auch der automatische Zeilenumbruch der Textsysteme setzt unerlaubte Zeichen! Führen Sie den Zeilenumbruch also mit der RETURN-Taste selber aus.

b) Die fragliche Datei ist nicht im aktuellen Verzeichnis/Laufwerk.

   Empfehlung:
   Da die meisten PROLOG-Versionen während des Betriebs keinen automatischen Platten-/Diskettenzugriff ausführen, ist es sinnvoll, PROLOG von dem Verzeichnis/Laufwerk aus zu starten, wo sich ihre Programmdateien befinden. Beim Betrieb mit Festplatte oder im Netz richten Sie den path-Befehl entsprechend ein, bei Diskettenbetrieb können Sie nach Laden des Systems die PROLOG-Diskette gegen die Programmdiskette austauschen. Wollen Sie ein Programm aus einem anderen Laufwerk/Verzeichnis laden, müssen Sie den Suchpfad mit an-

geben. Suchpfad und Dateinamen sind dann in Hochkommata einzuschließen. Beispiel: consult('c:\prolog\programs\buecher').

2. Das System beginnt zu compilieren, unterbricht aber mit einer Fehlermeldung.

Mögliche Ursachen:

Es wird zwar die Stelle genannt, an der PROLOG einen Syntaxfehler feststellt, doch liegt im allgemeinen die Quelle des Fehlers schon davor. Häufige Anfängerfehler:

a) Haben Sie jede Klausel mit einem Punkt '.' und RETURN abgeschlossen?

b) Jede geöffnete Klammer (oder [muss auch geschlossen werden. Natürlich gehört auch zu jeder schließenden Klammer) oder] eine öffnende Klammer (bzw. [.

c) Klammerwirkung haben auch die Kommentarzeichen /* und */ und das Hochkomma '. Auch diese Zeichen müssen also immer paarweise auftreten.

Achtung: Wird der Compilierungsvorgang unterbrochen, so müssen Sie nach Korrektur der Fehlerursache den nächsten Ladeversuch mit *?- reconsult(dateiname).* durchführen! Das Prädikat *reconsult* wirkt wie *consult*, nur dass alle Klauseln, die bereits im Arbeitsspeicher sind, von gleichnamigen Klauseln der mit *reconsult* geladenen Datei überschrieben werden. Würden Sie den zweiten Ladevorgang mit *consult(dateiname)* durchführen, würden alle Klauseln der zu ladenden Datei einfach an die im Arbeitsspeicher vorhandenen angefügt.

Hinweis: In A.D.A-PROLOG müssen Sie die alte Datei mit *forget* löschen.

3. Ihr Programm verhält sich fehlerhaft.

Beispiele: Eine Anfrage wird unerwartet mit *no* beantwortet oder bringt unerwartete Variablenbelegungen oder das Programm scheint in einer Endlosschleife zu stecken.

Mögliche Ursachen:

Gegen logische Fehler hilft nur scharfes Denken. Aber einige Fehlerquellen muss man zuerst ausschließen, bevor man ein Programm als Ganzes neu durchdenkt.

a) Haben Sie alle Wörter richtig geschrieben, insbesondere die Namen der Systemprädikate bzw. ihrer selbstdefinierten Prädikate?

b) Haben Sie immer die richtige Zahl der Argumente in ihren Prädikaten? Beachten Sie, dass die meisten PROLOG-Versionen es erlauben, denselben Prädikatsnamen mit verschiedener Argumentenanzahl zu verwenden.

c) Haben rekursive Prozeduren immer einen Rekursionsausstieg?

d) Rufen Sie Hilfsprädikate wie *element* oder *append* auf, ohne Sie definiert zu haben? Aus Platzgründen haben wir die Definitionen dieser Prädikate im Programmlisting oft weggelassen.

4. Sie haben eine Datei mit Hilfe des Editors verändert, Ihr Programm verhält sich aber weiter fehlerhaft.

Mögliche Ursache:

Haben Sie die geänderte Datei mit Hilfe des Prädikats *reconsult* geladen? Nur dann werden gleichnamige Prädikate aus dem Arbeitsspeicher durch die aus der mit *reconsult* geladenen Datei überschrieben. Haben Sie dagegen die geänderte Datei mit *consult* geladen, werden die Prädikate dieser Datei zu den im Arbeitsspeicher vorhandenen einfach dazugeladen.

Hinweis: In A.D.A-PROLOG müssen Sie die alte Datei mit *forget* löschen.

Der Trace-Modus

Den Trace-Modus schalten Sie mit '*?- trace.*' ein (*notrace* schaltet ihn wieder aus). Stellen Sie im Trace-Modus eine Anfrage, gibt PROLOG vollständige Informationen über deren Abarbeitung aus. Einzelheiten können in den verschiedenen PROLOG-Versionen variieren, als Beispiel wählen wir die sehr ausführliche Protokollierung des Trace-Modus von fix-PROLOG.

Schauen wir uns das Aschenputtel-Beispiel von Kapitel 3 im Trace-Modus an:

```
?- schuhgroesse(X,26).
CALL: schuhgroesse(X_1,26)
COMP: schuhgroesse(adelheid,34)
INST: X_1 <-- adelheid
FAIL: schuhgroesse(adelheid,26)
REDO: schuhgroesse(X_1,26)
COMP: schugroesse(agnes,28)
INST: X_1 <-- agnes
FAIL: schuhgroesse(agnes,26)
REDO: schuhgroesse(X_1,26)
COMP: schuhgroesse(aschenputtel,26)
INST: X_1 <-- aschenputtel
EXIT: schuhgroesse(aschenputtel,26)
X=aschenputtel
```

Die Ausgabe protokolliert die Arbeitsweise von PROLOG:

CALL: PROLOG versucht ein Ziel zu erfüllen.

COMP: Das zu erfüllende Ziel wird mit einer passenden Klausel der Datenbasis verglichen.

INST: Die durch Matchen erzwungene Instantiierung der Variablen wird festgehalten.

FAIL: Das Ziel scheitert.

REDO: PROLOG versucht das aktuelle Ziel erneut zu erfüllen (z. B. durch Weitersuchen in der Datenbasis oder durch Backtracking).

EXIT: Das Ziel wurde erfüllt.

Mit diesen Informationen ist es nun möglich, die Abarbeitung einer Anfrage zu verfolgen. Für das Beispiel unseres Aschenputtels wird Ihnen das nicht schwerfallen. Erheblich komplizierter sieht aber die Abarbeitung eines rekursiven Programms aus. Als Beispiel nehmen wir das *zahl*-Prädikat aus Kapitel 6:

```
zahl(1).
zahl(X):- zahl(Y), X is Y+1.
```

Auf die Anfrage *?- zahl(3).* erhalten Sie im Trace-Modus diese Ausgabe:

```
CALL: zahl(3)
COMP: zahl(1)
FAIL: zahl(3)
REDO: zahl(3)
COMP: zahl(X_1):- zahl(Y_1), X_1 is Y_1 + 1
INST: X_1 <-- 3
CALL: zahl(Y_1)
COMP: zahl(1)
INST: Y_1 <-- 1
EXIT: zahl(1)
CALL: 3 is 1 + 1
FAIL: 3 is 1 + 1
REDO: zahl(Y_1)
```

```
COMP: zahl(X_2):- zahl(Y_2), X_2 is Y_2 + 1
IDEN: X_2 <-- Y_1
CALL: zahl(Y_2)
COMP: zahl(1)
INST: Y_2 <-- 1
EXIT: zahl(1)
CALL: X_2 is 1 + 1
INST: Y_1 <-- 2
EXIT: 2 is 1 + 1
CALL: 3 is 2 + 1
EXIT: 3 is 2 + 1
Yes
EXIT: zahl(2)
EXIT: zahl(3)
```

Zuerst wird die Anfrage mit dem Fakt *zahl(1)* verglichen, was natürlich scheitert. Nun kommt die zweite *zahl*-Klausel zum Tragen:

```
zahl(X_1) :- zahl(Y_1), X_1 is Y_1 + 1
```

mit der Instantiierung von X_1 mit 3. PROLOG versucht das erste Ziel der rechten Seite zu erfüllen: Matchen mit dem Fakt *zahl(1)* ergibt die Belegung von *Y_1* mit 1, das zweite Ziel scheitert nun, es setzt Backtracking ein und PROLOG versucht nun für das Ziel *zahl(Y_1)* die zweite *zahl*-Klausel anzuwenden:

```
zahl(X_2):- zahl(Y_2), X_2 is Y_2 + 1.
```

Die Indizierung der Variablen gibt an, in welcher Rekursionstiefe wir uns befinden, hier also in der zweiten Ebene des rekursiven *zahl*-Aufrufs. Dabei ist *X_2* mit *Y_1* zu identifizieren, es soll ja das Ziel *zahl(Y_1)* abgeleitet werden. PROLOG muss nun das Ziel *zahl(Y_2)* erfüllen, was durch Matchen mit *zahl(1)* geschieht. Dies führt zur Instantiierung 'Y_2 <-- 1'. Das anschließende Ziel *X_2 is Y_2 + 1* bringt die Belegung von *X_2* (und damit von *Y_1*) mit 2, mit dieser Belegung schließlich gelingt auch das zweite Ziel des ursprünglichen *zahl*-Aufrufs:
X_1 is Y_1 + 1, nämlich *3 is 2 + 1* und PROLOG kann seine Ableitung erfolgreich beschließen.

Lösungen ausgewählter Aufgaben

1 Willkommen in PROLOG

2)

```
?- violett(Blume).
?- blau(Blume).
```

3)

```
?- faehrt_nach(axel,griechenland).
?- faehrt_nach(beate,X).
?- faehrt_nach(xaver,X).
?- faehrt_nach(X,frankreich).
?- faehrt_nach(Person,Land).
```

4)

```
?- mag(X,kuchen), mag(X,muesli).
?- mag(papa,X), mag(mami,X).
?- mag(X,kuchen), hasst(X,muesli).
```

5) Vorteil: Man kann auch Fragen stellen wie: "Welche Farbe hat die Rose?"

7)

```
?- elter(daisy,X).
?- verheiratet(baldur,X).
?- elter(X,adam).
```

9)

```
?- elter(clemens,X), elter(X,Oma), weibl(Oma).
?- elter(daisy,X), elter(X,Y), elter(Y,Urgross).
?- verheiratet(bernd,X), elter(X,S_mutter), weibl(S_mutter).
```

2 Regeln

3)

```
faehrt_nach(romeo,X):- faehrt_nach(beate,X).
```

4)

```
liebt(siegfried,krimhild).
liebt(krimhild,siegfried).
liebt(gunther,brunhild).
mag(siegfried,gunther).
. . .
. . .
hasst(hagen,siegfried).
hasst(hagen,X):- liebt(X,siegfried).
hasst(alberich,X):- X\=alberich.
```

Vorsicht: Diese Regel dient nur zum Prüfen. Auf die Frage

```
?- hasst(alberich,X).
```

kommt die Antwort `no.`

6)

```
menue(X,Y,Z):- vorspeise(X), hauptgericht(Y), nachspeise(Z).
vorspeise(tomatensuppe).
vorspeise(lauchsuppe).
```

```
vorspeise(fleischbruehe_mit_backerbsen).
. . .
```

3 So arbeitet PROLOG

4)

```
einfaerbung(F1,F2,F3,F4):-
       farbe(F1), farbe(F2), farbe(F3), farbe(F4),
       write(F1), tab(2), write(F2), tab(2), write(F3),
tab(2),     write(F4), tab(2), nl,
       F1\=F2, F1\=F4, F2\=F3, F2\=F4, F3\=F4.
```

5)

```
einfaerbung(F1,F2,F3,F4):-
       farbe(F1), farbe(F2), F1\=F2, farbe(F3), F2\=F3,
farbe(F4),
       F1\=F4, F2\=F4, F3\=F4.
```

4 Rekursion

4)

```
ueber(X,Y):- auf(X,Y).
ueber(X,Y):- auf(X,Z), ueber(Z,Y).
```

5) Die zweite Regel für *weisungsbefugt* enthält an der ersten Stelle im Regelrumpf das Teilziel *dir_weisungsbefugt(X,Z)*. Dieses Teilziel sorgt irgendwann für einen Abbruch, da man bei jedem Durchlaufen der Regel um eine Etage in der Hierarchie nach oben steigt und nur endlich viele Etagen zur Verfügung stehen. Scheitert das erste Teilziel, so wird die Suche beendet.

6) Alle Anfragen, die als korrekte Antwort *no* erhalten müssten, führen in eine Endlosschleife, z. B.

```
?- weisungsbefugt(argmann,X).
?- weisungsbefugt(X,darb).
?- weisungsbefugt(clar,banaus).
```

7) Deklarativ: Eine Person gilt jetzt als ihr eigener Vorfahr, sonst gibt es keine Unterschiede.

Prozedural: Die Vorfahren werden systematischer gesucht; der Stammbaum wird zunächst nach links oben bis zum Ende abgearbeitet, dann werden Lösungen weiter rechts gesucht.

5 Listen

8)

```
geloescht1(X,[],[]).
   geloescht1(X,[X|Rs],Rs).
   geloescht1(X,[Y|Rs],[Y|Qs]):- X\=Y, geloescht1(X,Rs,Qs).
```

9)

```
kein_element(X,[]).
   kein_element(X,[Y|Rs]):- X\=Y, kein_element(X,Rs).
```

6 Arithmetik

16) Sie können natürlich das Programm 'Maximum einer Liste' (S. 39) übertragen. Es gibt aber eine elegantere Lösung, die nur **eine** rekursive Regel benötigt, und daher wesentlich effizienter ist:

```
min([X],X).
min([K|Rs],M):- min(Rs,M1), min(K,M1,M).
min(X,Y,X):- X<Y.
min(X,Y,Y):- Y=<X.
```

17)

```
?- zahl(X).     Es werden der Reihe nach die natürlichen Zahlen erzeugt.
?- zahl(5).     Es wird richtig festgestellt, dass 5 eine Zahl ist.
?- zahl(-3).    PROLOG gerät offenbar in eine Endlosschleife.
```

18)

```
loesung(X):- zahl(X), 17 is X - X/7 - X/4.
```

Kennt PROLOG nur die ganzzahlige Division, so gilt tatsächlich 17 = 26 - 26/7 - 26/4. Die zweite ausgegebene Lösung X=28 ist korrekt, weitere Lösungen dürfen Sie nicht suchen lassen, da das Prädikat *zahl(X)* nun der Reihe nach die natürliche Zahlen X größer als 28 erzeugt, die alle vom Ziel 17 is X - X/7 - X/4 verworfen werden.

7 NOT und CUT

3)

```
/* disjunkt(Ls,Ms) heißt: Die Listen Ls und Ms
enthalten kein gemeinsames Element  */
disjunkt(Ls,Ms):- not ( element(X,Ls), element(X,Ms) ).
```

4)

```
liste_zu_menge([],[]).
liste_zu_menge([K|Rs],Ms):-
          element(K,Rs), liste_zu_menge(Rs,Ms).
liste_zu_menge([K|Rs],[K|Ms]):-
          not element(K,Rs), liste_zu_menge(Rs,Ms).
```

5) Die ersten beiden Anfragen ergeben die erwarteten Antworten. Die dritte Anfrage weist Abraham dem weiblichen Geschlecht zu, das war zu erwarten: Da Abraham nicht unter den Personen des Stammbaums vorkommt, scheitert die Anfrage *maennl(abraham)*, also gelingt *not maennl(abraham)*. (Folge der 'closed world assumption'.)

Die Antworten auf die vierte und fünfte Anfrage fallen in den einzelnen PROLOG-Versionen etwas unterschiedlich aus, je nachdem wie *not* implementiert ist. *not weibl*(X) ist ja die doppelte Verneinung *not not maennl(X).* Nach den Gesetzen der Logik, müsste sich PROLOG jetzt also so verhalten, wie bei der Anfrage *maennl(X)*, d. h. alle männlichen Mitglieder des Stammbaums ausgeben. In fix-PROLOG wird auch *adam* ausgegeben, im anderen PROLOG-Versionen bleibt X uninstantiiert:

Die Anfrage *?- not weibl(X).* wird auf *not not maennl(X)* zurückgeführt:

1. Das Ziel *maennl(X)* ist erfüllt mit der Bindung von *X* an *adam*.
2. Das Ziel *not maennl(X)* schlägt damit fehl; die Bindung von *X* an *adam* wird aufgehoben, wie bei jedem Fehlschlag. (Hier verhält sich fix-PROLOG offenbar anders.)
3. Das Ziel *not not maennl(X)* schließlich gelingt, X ist aber nicht neu instantiiert worden.

Die sechste Anfrage ist problemlos: PROLOG erfüllt das Ziel *elter(baldur,X)*, indem X mit bestimmten Konstanten instantiiert wird und mit diesen mißlingt bzw. gelingt dann das Ziel *weibl(X)*. Die letzte Anfrage ist zwar zu der vorigen, erfolgreichen Anfrage logisch gleichwertig, nicht aber prozedural: Das Ziel *weibl(X)*, also *not maennl(X)* kann mit einer 'freien' Variablen nicht erfüllt werden.

6)

```
loesung(X):-   zahl(X), Links is 3*X - 5, Rechts is X + 7,
          Links is Rechts, !.
```

7)

```
zerlegbar(N):- N1 is N - 1, zwischen(2,N1,T),
           0 is N mod T, !.
```

12)

```
?- min([2,4,5,1,3],M).
?- min([2,4,5,1,3],2).
```

13)

```
max([X],X).
max([K|Rs],M):- max(Rs,M), M>K, !.
max([K|Rs],K):- max(Rs,M), M=<K.
```

Wird das Prädikat *max(Ls,M)* nur zur Bestimmung des Maximums *M* einer Liste *Ls* verwendet, bringt folgende Fassung einen erheblichen Effizienzgewinn: (Die durch den Cut ersparte Bedingung ist der besseren Lesbarkeit wegen als Kommentar angefügt.)

```
max([X],X).
max([K|Rs],M):- max(Rs,M), M>K, !.
max([K|Rs],K). /*  :- max(Rs,M), M=<K  */
```

Ein effizientes Programm für das Maximum einer Liste, das keinen Cut benötigt, erhalten Sie durch Übertragung der Lösungsidee von Aufgabe 16, Kapitel 6.

A Rätsel

5)

```
person(maier).
person(schmidt).
person(weber).
loesung(Mo,Di,Mi,HH,L,MA):-
       person(Mo), Mo\=schmidt,
       person(Di), Di\=maier, Di\=Mo,
       person(Mi), Mi\=weber, Mi\=Mo, Mi\=Di,
       person(HH), HH\=weber, HH\=Mo,
       person(L), L\=schmidt, L\=HH,
       person(MA), MA\=maier, MA\=HH, MA\=L,
       not ( Mi=schmidt, HH=schmidt ).
```

B Datenbasisprogrammierung

1) Beginnen Wörter mit Großbuchstaben bezeichnen Sie in PROLOG eine Variable, keine Konstante. Ein Punkt '.' beendet eine Klausel, darf also nicht mitten in einem Prädikat vorkommen. In Hochkomma können Umlaute, Sonderzeichen usw. vorkommen (amerikanische oder englische PROLOG-Versionen geben diese Zeichen dann falsch wieder).

8)

```
?- schueler(Nr,name('Wieden','Bernd'),_,_,_).
?- schueler(_,name('Winkel','Ute'),_,_,

adresse(_,Stadt,_,_)).
?- schueler(_,Name,geschlecht(w),_,Adresse).
```

10)

```
?- schueler(Nr,name('Kettner','Vera'),_,_,_),
          geht_in(Nr,Klasse).
?- geht_in(Nr,klasse('8a')), schueler(Nr,Name,_,_,_).
?- (geht_in(Nr,klasse('8a')); geht_in(Nr,klasse('8b'))),
          schueler(Nr,Name,geschlecht(w),_,Adresse).
```

12)

```
?- schueler(Nr,Name,_,_,_), alter(Nr,Alter), Alter > 15.
```

15)

```
?- buch(_,autor('Mann','Thomas'),Titel).
?- buch(_,autor('Grass','Günter'),Titel).
?- buch(_,Autor,'Solaris').
```

17)

```
?- gebiet(Nr,'Abenteuer'), buch(Nr,Autor,Titel).
?- gebiet(Nr,'Gesellschaftskritik'), buch(Nr,Autor,_).
```

18)

```
?- buch(Nr,_,'Momo'), ausgeliehen(Nr,_,_,0).
```

23)

```
hat_entliehen(Schuelername,Autor,Titel):-
          schueler(Schuelernr,Schuelername,_,_,_),
          ausgeliehen(Nr,Schuelernr,_,_),
          buch(Nr,Autor,Titel).
```

C Logische Grundlagen der Arithmetik

3) *kleiner([i,i],[i,i,i,i])* benötigt einen Aufruf der rekursiven Regel,
kleiner([i,i,i,i,i,i],[i,i,i,i,i,i,i]) benötigt fünf Aufrufe der rekursiven Regel. Ein effizientes Prädikat *kleiner(X,Y)* darf natürlich nicht von der Größe der Zahlen X und Y abhängen.

8)

```
gerade([i,i]).
gerade([i,i|X]):- gerade(X).
ungerade([i]).
ungerade([i,i|X]):- ungerade(X).
```

D Primzahlen

3)

```
zahl(1).
zahl(N):- zahl(M), M is N - 1.
```

Mit dem Aufruf *?- zahl(N).* werden - außer der 1 - keine natürlichen Zahlen erzeugt. Ursache ist das Ziel *M is N - 1*. Bei der ersten Anwendung der rekursiven Regel ist M mit 1 belegt und das Ziel *1 is N - 1* scheitert, wie wir aus Kapitel 6 wissen.

14)

```
prim(2).
prim(N):- N>2, 0<N mod 2, keine_teiler(3,N).
keine_teiler(A,B):- A*A=<B, 0<B mod A, A1 is A+2,
                    keine_teiler(A1,B).
keine_teiler(A,B):- A*A>B.
```

16) Um die Lesbarkeit zu erhöhen, sollte die durch den Cut in der zweiten Klausel für *primzahlen(L,R)* ersparte Bedingung als Kommentar beibehalten werden. Im Gegensatz zum ursprünglichen Programm ist jetzt die Reihenfolge der drei Klauseln für das Prädikat *primzahlen(L,R)* wesentlich. (Für das Programm vgl. mit Aufgabe 17)

17)

```
primzahlen(L,R):-   L<R, 0 is L mod 2, !, L1 is L+1,
                    primzahlen(L1,R).
primzahlen(L,R):-   L=<R, prim(L), !, write(L),tab(1),
                    L1 is L+2, primzahlen(L1,R).
primzahlen(L,R):-   L=<R, !, /* not prim(L) */
                    L1 is L+2, primzahlen(L1,R).
primzahlen(L,R):-   L>R.
```

19)

```
abschnittu(A,B,Us):-     0 is A mod 2, A<B, A1 is A+1,
                         abschnittu(A1,B,Us).
abschnittu(A,B,[A]):-    1 is A mod 2, (B is A; B is A+1).
abschnittu(A,B,[A|Us]):- 1 is A mod 2, A<B+1, A1 is A+2,
                         abschnittu(A1,B,Us).
```

E Sortierverfahren

13)

```
q_sortiert([X|Xs],Ys):-
          zerlegt(Xs,X,Kleine,Grosse),
          write(Kleine), tab(5), write(Grosse), nl,
          q_sortiert(Kleine,Ks),
          q_sortiert(Grosse,Gs),
          append(Ks,[X|Gs],Ys).
```

F Bäume

3) Die Liste wird von rechts her in einem Baum überführt, z. B. wird das Kopfelement 3 der Liste als letztes Element in den rekursiv aufgebauten Baum eingefügt.

4)

```
ausgabe(nil).
ausgabe(baum(W,L,R)):-ausgabe(L), write(W),
tab(1),ausgabe(R).
```

H Parser und Interpreter

2)

```
strichliste(Ls):-   append(Fs,Es,Ls), fuenferliste(Fs),
                    einerliste(Es).
fuenferliste([]).
fuenferliste([v|Fs]):- fuenferliste(Fs).
einerliste([]).
einerliste([i]).
einerliste([i,i]).
einerliste([i,i,i]).
einerliste([i,i,i,i]).
```

6)

```
term([X]):- n_zahl(X).
term([X,+|Rs]):- n_zahl(X), term(Rs).
```

10) Dies scheint zunächst einfacher und wäre für PROLOG auch schneller abzuarbeiten, und der Parser würde mit dieser Regel genau dieselben Terme als korrekt erkennen. Allerdings entspräche die Zerlegung nicht immer der mathematisch sinnvollen Zerlegung, z. B. würde der Term '5 - 3 - 2' zerlegt in die Differenz der Terme '5' und '3 - 2'. Für die Berechnung ist diese Zerlegung aber sinnlos, wir rechnen den Term als '(5 - 3) -2 ', müssen also beim Interpreter zerlegen in '5 - 3' und '2'. Diese Zerlegung erzwingen wir, wenn wir den obigen Term als Term minus Faktor darstellen lassen. Da wir den Parser als Vorstufe des Interpreters auffassen, haben wir die Zerlegungen so gewählt, dass sie beim Interpreter übernommen werden können.

I Sprachverarbeitung

2)

```
nominalphrase([Pn]):- pronomen(Pn).
pronomen(er).
```

9) Nach Sätzen mit 5 Wörten fragen Sie mit

```
?- satz(X1,X2,X3,X4,X5).
```

Eine andere Möglichkeit, die eine angenehmere Ausgabe erzeugt, ist:

```
?- Ls=[X1,X2,X3,X4,X5], satz(Ls).
```

J Suchen

2) Das *elter*-Prädikat ist unsymmetrisch und die Kette der *elter*-Klauseln bricht einmal ab. Die *benachbart*-Klauseln sind dagegen symmetrisch, daher können Zyklen auftreten. (Ein Stammbaum ist ein endlicher gerichteter azyklischer Graph.)

4)

```
verbunden1(X,Y,Ws):- verbunden(X,Y,Wu) ,revers(Wu,Ws).
```

K Suchstrategien

8) Es wird eine Tiefensuche ausgeführt: Der zuletzt verlängerte Weg wird an die Spitze der zur Erweiterung anstehenden Wegliste geschrieben. Im Gegensatz zum ursprünglichen *verbunden*-Prädikat führt das Programm jetzt eine ganze Liste von Wegen, die verlängert werden sollen, mit sich.

15) Gradientensuche ist relativ schnell und benötigt wenig Speicherplatz, da nur ein Weg verfolgt wird. Die Wertefunktion kann aber nur die einzelnen Knoten bewerten, nicht aber den bisherigen Gesamtweg, wie dies bei der Best-First-Suche möglich wäre.

16) Wir zeigen die Lösung am Beispiel einer Blockwelt mit 6 Blöcken. Der Zielzustand sei *z([1,2],[3,4],[5,6])*.

Zum allgemeinen Programm der Gradientensuche (S. 106) kommen folgende Klauseln hinzu:

```
benachbart(z([X|Ra],Lb,Lc),z(Ra,[X|Lb],Lc)).
benachbart(z([X|Ra],Lb,Lc),z(Ra,Lb,[X|Lc])).
benachbart(z(La,[X|Rb],Lc),z([X|La],Rb,Lc)).
```

```
benachbart(z(La,[X|Rb],Lc),z(La,Rb,[X|Lc])).
benachbart(z(La,Lb,[X|Rc]),z([X|La],Lb,Rc)).
benachbart(z(La,Lb,[X|Rc]),z(La,[X|Lb],Rc)).
/*  wert(z(La,Lb,Lc),W) heißt: W ist der Wert eines Zustands
    z(La,Lb,Lc) gemessen am Zielzustand z(ZLa,ZLb,ZLc)    */
wert(z(La,Lb,Lc),W):-    beitrag(La,[1,2],Wa),
                         beitrag(Lb,[3,4],Wb),
                         beitrag(Lc,[5,6],Wc), W is
Wa+Wb+Wc.
beitrag(Ls,[],0):- !.
beitrag([],ZLs,0):-!.
beitrag(Ls,ZLs,W):- append(As,[X],Ls), append(Bs,[X],ZLs),
!,
                    beitrag(As,Bs,W1), W is W1+10.
                    beitrag(Ls,ZLs,-1).
```

Natürlich brauchen Sie außerdem die Prädikate *element* und *append*, die wir aus Platzgründen nicht mehr aufführen.

Eine Bewertungsfunktion, die in vielen Fällen günstiger ist, erhält man durch Abänderung der default-Klausel für *beitrag*. Die letzte Klausel wird ersetzt durch

```
beitrag(Ls,ZLs,W):- laenge(Ls,LL), W is 0 - LL.
```

Dabei ist *laenge* das Prädikat zur Bestimmung der Länge einer Liste (s. Kapitel 6).

Außerdem ist es günstig, den besten Stapel weiter zu verbessern, dies erreichen wir durch eine Gewichtung der 3 Stapel: Den besten Stapel zählen wir dreifach, den zweitbesten zweifach so stark wie den schlechtesten. Dazu verändern wir das Prädikat *wert*:

```
wert(z(La,Lb,Lc),W):- beitrag(La,[1,2],Wa),
                       beitrag(Lb,[3,4],Wb),
                       beitrag(Lc,[5,6],Wc),
                       max3(Wa,Wb,Wc,Wmax),  min3(Wa,Wb,Wc,Wmin),
                       W is 2*Wa+2*Wb+2*Wc+Wmax - Wmin.
```

Das Prädikat *max3* dient zur Bestimmung des Maximums dreier Zahlen; übernehmen Sie es aus Kapitel 6, Aufgabe 9. Formulieren Sie das Prädikat *min3* für das Minimum entsprechend.

Dienstprogramme

In Kapitel E (Sortierverfahren) und Kapitel K (Suchstrategien) benutzen wir Prädikate, die nicht in allen PROLOG-Versionen vorhanden sind. Daher werden Programme, welche diese Prädikate definieren, hier angegeben. Die Programme sind dem Buch von Clocksin/Mellish entnommen.

```
/* random(G,Z) heißt: Z ist eine 'zufällig' gewählte Zahl
    zwischen 1 und G
    zliste(N,G,Zs) heißt: Zs ist eine Liste von N
    Zufallszahlen zwischen 1 und G                    */
start(13).
random(G,Z):- start(S),
              Z is (S mod G)+1,
              retract(start(S)),
              NeuS is (125*S+1) mod 4096,
              asserta(start(NeuS)),!.
```

```
zliste(N,G,[Z|Zs]):- N>0, N1 is N - 1, random(G,Z),
                     zliste(N1,G,Zs).
zliste(0,G,[]).
/*  Hilfsprädikat findealle(X,G(X),L)
 L ist die Liste der X, welche das Prädikat G(X) erfüllen */
findealle(X,G,_):- asserta(gefunden(marke)), call(G),
                   asserta(gefunden(X)), fail.
findealle(_,_,L):-gesammelt([],M),!,L=M.
gesammelt(S,L):-nehme(X),!,gesammelt([X|S],L).
gesammelt(L,L).
nehme(X):-retract(gefunden(X)),!,X\==marke.
```

A.D.A.-PD-PROLOG kennt das Systemprädikat *call*, das im Programm für *findeall*e verwendet worden ist, nicht. Ergänzen Sie in dieser Version das Programm um die Regel

```
call(X):- X.
```

In Fix-PROLOG (Version 3) steht das Systemprädikat *retract* nicht zur Verfügung, in beiden Dienstprogrammen muss *retract* durch *retractone* werden.

Literaturverzeichnis

BAUMANN, R.: PROLOG Einführungskurs. Sttuttgart, Klett 1991

OTTO H. M.: ProLog –Puzzles. Bonn, Dümmler 1991

Als weiterführende Literatur empfehlen wir drei Standardwerke, aus denen wir zahlreiche Programmideen übernommen haben. Wer sich für die Theorie der Logik-Programmierung interessiert, findet im Buch von Sterling/Shapiro eine gut lesbare Darstellung.

CLOCKSIN W. F., MELLISH C.S.: Programmieren in PROLOG. Berlin, Springer 1990

GIANNESINI F., KANOUI H., PASERO R., VAN CANEGHEM M.: PROLOG. Bonn, Verlag Addison-Wesley (Deutschland) 1986

STERLING L., SHAPIRO E.: PROLOG. Bonn, Verlag Addison-Wesley (Deutschland) 1986

Das Kapitel 'Datenbasisprogrammierung' ist eine Übertragung des Artikels

BAUMANN R.: Rasterfandung und Datenabgleich. In LOG IN Heft 3, 1989, München, Oldenbourg Verlag

Anregungen für das Kapitel 'Parser und Interpreter' fanden wir in

MODROW E.: Automaten Schaltwerke Sprachen. Bonn, Dümmler Verlag 1987